Zur Geschichte und Kritik der Sterblichkeits-Messung bei Versicherungs-Anstalten.

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der

Staatswissenschaftlichen Doctorwürde

eingereicht bei der

Rechts- und Staatswissenschaftlichen Fakultät

der

Kaiser Wilhelms-Universität Strafsburg

von

Eduard Roghé
aus Bremen.

Jena,
Gustav Fischer.
1890.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41542727_0027

Vorwort.

Die vorliegende Dissertation, am 3. Mai 1890 eingereicht, umfaßt die Einleitung und die beiden ersten Kapitel einer größeren Arbeit: „Geschichte und Kritik der Sterblichkeits-Messung bei Versicherungs-Anstalten“, welche als Supplementheft 18 der „Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik“ im Verlage von Gustav Fischer (Jena 1890) erschienen ist.

Einleitung.

Die Erscheinung der Sterblichkeit großer Menschenmassen ist der Gegenstand zahlreicher Messungen gewesen. Die Resultate derselben laden die biologische und die soziale Forschung ein zu materiellen Untersuchungen, vor allem zu Vergleichungen über die Verschiedenheit der Sterblichkeit bei Verschiedenheit der Bedingungen, unter denen die jeweils Beobachteten lebten. Und doch sind alle solche materiellen Betrachtungen hinfällig, bevor nicht festgestellt ist, ob die zu Grunde liegenden Rechnungen formal-logisch geeignet sind, Maße der Sterblichkeit zu liefern. Diese formale Prüfung der Messungsmethode ist die unumgängliche Vorbedingung für jede materielle Betrachtung der Sterblichkeit.

Die vorliegende Arbeit stellt sich die Aufgabe, eine Anzahl von Messungen, die als solche der Sterblichkeit ausgegeben werden, dieser formalen Prüfung zu unterziehen. Sie ist in der Lage, nachzuweisen, daß dieselben durchaus nicht alle in dem von ihren Urhebern vermeinten Sinne Messungen der Sterblichkeit *sind* und deshalb materiellen Untersuchungen nur mit Vorbehalten dienen können.

In diesem Nachweise, sowie in der Auffindung und Darstellung des Gedankenganges, der die einzelnen Forscher zu ihren Methoden führte, sieht dies Werkchen seine beiden Zwecke. Dieselben empfehlen der Untersuchung oft verschiedene Richtungen an. Der erstere, als der praktische, verbietet das Eingehen auf solche Messungsversuche, denen die praktische Belanglosigkeit gleichsam an der Stirn geschrieben steht. Wenn nun diese Abhandlung trotzdem hier und da auch auf solche zurückgreift, so ist ihre Absicht nicht, Antiquitäten für etwaige Liebhaber aus dem Schutt hervorzugraben, der sie mit einer für normale Menschen höchst wohlthätigen Hülle bedeckte. Vielmehr will sie in dem historischen Fortschritt der Methode bei den einzelnen Erforschern dieses Gebietes den Weg kennzeichnen, den jedes Nachdenken über das Wesen der Sterblichkeitsmessung zu gehen hat, und indem sie auch die begangenen Fehler und Irrtümer hervorhebt und widerlegt, will sie Warnungs-

tafeln aufstellen an den Abwegen, welche zukünftige Wanderer vielleicht ebenso erfolgreich in die Irre locken möchten.

Die Natur der Sache ergiebt eine Zweiteilung der sämtlichen Messungsversuche, die je angestellt sind. Der einen Gattung gehören diejenigen an, die über den Bestand des Beobachtungsmaterials nicht in jedem Augenblicke Rechenschaft geben können, weil das Faktum der Zuwanderung oder des Abganges nicht als solches konstatiert wird. Solcherart sind die Messungen an der Bevölkerung eines Landes auf Grund von Volkszählungen und von Geburts- und Sterbelisten. Die zweite Gattung begreift diejenigen Untersuchungen in sich, deren Material genaue Rechenschaft giebt über jede Bestandsänderung; sie umfaßt vornehmlich die Beobachtungen der Versicherungsgesellschaften. Bei der ersteren Gattung sind Schätzungen über die Größe des Beobachtungsmaterials notwendig, um zu einem Resultat zu kommen, bei der letzteren kann man mit der exakten Messung allein zum Ziele gelangen. Man wird also wegen der relativ einfacheren Sachlage bei den Messungen der letzteren Gattung von vornherein eine klarere Erfassung der Aufgaben, eine größere Exaktheit der Methode vermuten dürfen.

Die vorliegende Arbeit beschränkt sich auf die letztere Gattung. Ich mache auch nicht einmal den Anspruch, eine lückenlose Aufzählung aller Arbeiten zu liefern, die diesem engeren Gebiete angehören. Eine solche ist schon wegen der großen Seltenheit dieser praktisch vielfach gänzlich bedeutungslos gewordenen Schriften sehr schwierig. Sie würde aber für die Methodologie auch kaum wesentlich Neues zu Tage bringen können. Denn die Behandlungsweisen derjenigen Messungen, welche meiner Untersuchung zugänglich geworden sind, erschöpfen allem Anschein nach die Zahl derer, die überhaupt durch die Natur des Beobachtungsmaterials empfohlen werden können.

Die Beschränkung auf die „Sterblichkeitsmessungen an Versicherten“, wie ich mich kurz ausdrücken will, war deshalb um so mehr gerechtfertigt, weil die analoge Aufgabe für die Methoden der Sterblichkeitsmessung an Bevölkerungen bereits zum größten Teil gelöst ist durch G. F. Knapp's „Geschichte der Theorie des Bevölkerungswechsels“ [1]).

Das engere Gebiet dieser Arbeit hat dagegen meines Wissens noch keine erschöpfende Darstellung gefunden. Als Streifzüge in dasselbe sind mir drei Werkchen bekannt geworden [2]). Die Engländer E. J. Farren und J. J. W. Deuchar haben schätzbare Aufzählungen der Titel von Fachschriften über die Technik der Lebensversicherung geliefert,

1) Theorie des Bevölkerungswechsels, Braunschweig 1874, Seite 51 ff.

2) Edwin James Farren: Historical Essay on the Rise and early Progress of the Doctrine of Life Contingencies in England. London 1844. — J. J. W. Deuchar: A Sketch of the History of the Science of Life Contingencies. (Transactions of the Insurance and Actuarial Society of Glasgow, No. 3. London 1882.) — Wilhelm Lazarus: Die Methoden zur Sterblichkeits-Ermittelung aus den Erfahrungen der Lebensversicherungsanstalten. (Assekuranz-Jahrbuch Jahrg. 7, II. Teil, Anhang. Wien 1886.)

aber auch wenig mehr. Ihre Angaben von dem die Sterblichkeitsmessung betreffenden Inhalt der Schriften sind sehr dürftig und vor allem ohne logisches Rückgrat. Zudem bricht Farren mit dem Jahre 1762 ab, und beide Autoren kennen nur die englische Fachlitteratur. — Die dritte Arbeit ist ein Aufsatz von W. Lazarus, der eine verdienstvolle vergleichende Uebersicht der Methoden der vier neuesten Messungen der Sterblichkeit unter Versicherten liefert, aber doch der Vertiefung der Auffassung und der Berichtigung in einzelnen Punkten noch fähig ist.

Kapitel I.

Deparcieux.

In dem oben umgrenzten Gebiet dieser Untersuchung liegen die ältesten Sterblichkeitsmessungen, die überhaupt angestellt worden sind: so die Arbeiten von Graunt, Halley, Kersseboom, Deparcieux, und generell alle diejenigen, die auf Grund nur von Sterberegistern (nach der fälschlich sogenannten Halley'schen Methode) vorgenommen wurden. Nachdem Knapp diese Arbeiten bereits eingehend gewürdigt hat (a. a. O. Seite 57—73), sollen sie hier nicht nochmals einzeln behandelt, sondern es soll nur, um den Vergleich mit den späteren zu ermöglichen und den entwickelungsgeschichtlichen Zusammenhang herzustellen, eine von ihnen herausgegriffen werden. Und dazu eignet sich besonders das Werk von Deparcieux, weil es einerseits alle die jene älteste Fachlitteratur beschäftigenden Gedanken enthält, anderseits, wie Knapp gezeigt hat, der ersten Entwickelungsphase unserer Disziplin einen gewissen Abschluß giebt.

Deparcieux veröffentlichte 1746 einen „Essai sur les probabilités de la durée de la vie humaine", dem er 1760 eine kurze „Addition" folgen ließ. Das Werk trägt durchweg unverkennbar den Stempel originaler Gedankenarbeit; der Verfasser nennt zwar als seine Vorgänger Petty, Halley, Smart nebst seinem Verbesserer Simpson, und Kersseboom, er kennt auch einige von ihren Untersuchungen genau genug, um verschiedene Ausstellungen daran zu machen, — aber er scheint von ihnen in seiner eigenen Argumentation doch wenig beeinflußt.

Deparcieux wurde zu seinen Untersuchungen über Sterblichkeit — gerade wie Halley — durch ein praktisches Ziel geführt, nämlich durch das Ziel, die nötigen Erfahrungsthatsachen zu sammeln, um mittelst einer von ihm entwickelten Theorie des Leibrentengeschäfts praktische Berechnungen der Prämiensätze etc. für Leibrenten vornehmen zu können. Sein oben citiertes Buch ist daher auch in erster Linie ein Lehrbuch der Rententheorie: der erste und dritte der 3 Teile desselben sind ausschließlich diesem Gegenstande gewidmet; der zweite,

dessen Ueberschrift den Titel des ganzen Werkes wiederholt, beabsichtigt jene Beobachtungskonstanten zu geben. Deparcieux hat die letzteren deshalb nicht einfach einer der ihm vorliegenden Arbeiten entnommen, weil er glaubte, daß die Sterblichkeit der Leibrentner, für welche er seine Theorie entwarf, abweichen müsse von der Sterblichkeit derjenigen Leute, auf deren Beobachtung jene älteren Arbeiten beruhten, — und zwar wegen der verschiedenen Lebensweise. Dagegen glaubte er, daß die Sterblichkeit zukünftig zu beobachtender Rentnergesellschaften wegen der Aehnlichkeit der Lebensweise sehr ähnlich sein werde derjenigen, die unter den Angehörigen der französischen Staatstontinen geherrscht habe. Daher hielt er das Tontinenmaterial für „das beste, das man für solche Zwecke überhaupt haben kann". Die Staatstontine ist eine früher mehr als jetzt beliebte Form der Staatsanleihen, darin bestehend, daß der Staat sich verpflichtet, unter eine Anzahl von Leuten gegen eine einmalige Kapitalzahlung jährlich bis zum Tode des letzten von ihnen eine feste Summe nach der Kopfzahl zu verteilen. Für den einzelnen Beteiligten bedeutet dies also eine lebenslängliche, durch das Absterben der übrigen stets wachsende Rente, und ein gutes Geschäft macht dabei, wer dieselbe recht viele Jahre hindurch bezieht. Demnach werden sich an der Tontine nur solche beteiligen, die von ihrer körperlichen Konstitution ein langes Aushalten erwarten dürfen. Die Tontinenrentner sind also beim Eintritt eine auserlesen gesunde Gesamtheit, und Deparcieux vermutet daher mit Recht, daß sie langsamer aussterben werden als eine gleich große Menge beliebig ausgewählten Volkes.

Nachdem Deparcieux sich mit diesem praktischen Zweck der mühsamen Arbeit einer neuen Sterblichkeitsermittelung unterzogen hatte, war sein Interesse für die Erscheinung der Regelmäßigkeit des Absterbens großer Menschenmassen an sich geweckt, und er hat, den einseitigen Gesichtspunkt der Verwendbarkeit des Resultates für die Rentenrechnung verlassend, die Sterblichkeit noch verschiedener andersartiger Gruppen untersucht, für welche ihm Beobachtungen zugänglich waren: nämlich die Sterblichkeit von Angehörigen verschiedener Klöster, sowie von Bevölkerungsgruppen ohne besonders charakteristische Merkmale der Lebensweise.

I. Wir folgen dem Deparcieux zunächst in seiner Ermittlung der Sterblichkeit unter Tontinenrentnern.

Sein Material sind die sämtlichen Angehörigen zweier französischen Tontinen, von denen die eine im Jahre 1689, die zweite 1696 errichtet war. Die nötigen Angaben entnimmt er den jährlichen Berichten über die Zahl der noch lebenden Teilnehmer, welche die Tontinenverwaltung zur Kontrolle ihrer Geschäftsführung unter die Interessenten verteilte. Deparcieux verarbeitete die Erfahrungen einer jeden Tontine getrennt und stellte sie in einer eigenen Tabelle[1]) zusammen. Die Bearbeitungsweise war beidemal genau die gleiche, und ich beschreibe sie daher

1) Ein Bruchstück der Tabelle für die Beobachtungen der ersten Tontine siehe unten im I. Anhang, No. 1.

nur an der ersten Tontine. Dieselbe war nach dem Alter der Eintretenden in 14 Klassen geteilt: in die erste traten 0- bis 5-jährige ein, in die zweite 5- bis 10-jährige, u. s. w., in die letzte 65- bis 70-jährige. Jede Klasse hatte natürlich ihren besonderen, der größeren oder geringeren Lebenserwartung entsprechenden Einsatz. — Deparcieux weiß nun aus jenen jährlichen Rechnungslegungen, wie viele ursprünglich in jede Klasse eingetreten, und wie viele aus jeder Klasse in jedem Geschäftsjahr verstorben sind. Danach kann er exakt das Absterben jeder Klasse im Laufe der Geschäftsjahre darstellen. Da er aber das Absterben mit dem wachsenden Alter darzustellen wünscht, führt er eine Fiktion ein. Er berechnet, daß die Angehörigen der ersten Klasse, also die 0- bis 5-jährig Eingetretenen, durchschnittlich bei ihrem Eintritt 3, die 5- bis 10-jährig Eingetretenen aber 7, die 10- bis 15-jährig Eingetretenen 12, die 15- bis 20-jährig Beigetretenen 17 Lebensjahre erfüllt hatten, u. s. w. Nun fingiert er, daß diese Klassen wirklich genau in den Altern von resp. 3, 7, 12, 17 u. s. w. Jahren eingetreten seien. Daher gelten ihm dann die aus der ersten Klasse im 1., 2., 3. Geschäftsjahre Verstorbenen als die im 4., 5., 6. Lebensjahre Verstorbenen dieser Klasse, die aus der zweiten Klasse im 1., 2., 3. Geschäftsjahre Verstorbenen als die im 8., 9., 10. Lebensjahre Verstorbenen der zweiten Klasse u. s. f. Nach diesen fiktiven Altern sind die Todesfälle in die Tabelle eingetragen, und es bedeutet z. B. in der mitgeteilten Tabelle in der 5. Klasse (E) die Zahl 2 gegenüber dem Alter 33/34 in Wahrheit: daß von den 20- bis 25-jährig Eingetretenen (249 an der Zahl) im 12. Geschäftsjahr zwei verstorben sind; nach der Fiktion aber: daß von den im Alter 22 Eingetretenen im Alter 33 bis 34 zwei verstorben seien. — Die Summe der vor Vollendung des fiktiven Alters x Verstorbenen einer Klasse von der Zahl der ursprünglich Eingetretenen abgezogen, giebt die Zahl der aus dieser Klasse das Alter x Ueberlebenden; sie ist in der 2. Unterspalte einer jeden der 14 Hauptspalten bei jedem 5. Altersjahr eingetragen.

In solcher Weise sind verzeichnet die sämtlichen Erfahrungen, die gemacht sind seit der Gründung der Tontinen bis zum Beginn des Jahres 1742, wo Deparcieux seine Beobachtung abschloß. Der Zeitpunkt der Gründung läßt sich nicht genau feststellen. Es wurde für die erste Tontine anscheinend im Dezember 1689 [1]) eine Liste zur Subskription aufgelegt und diese einige Zeit später geschlossen. Ob nun jeder einzelne Vertrag im Augenblick der Subskription in Kraft trat, oder ob sämtliche Verträge am nämlichen Termin verbindlich wurden, darüber erhalten wir nicht ausdrücklich Nachricht. Deparcieux nimmt jedenfalls das letztere an: sämtliche Verträge seien am 1. Januar 1690 in Kraft getreten; mithin fällt ihm das Geschäftsjahr mit dem Kalenderjahr zusammen. In Ermangelung genauerer Daten können wir nicht anders als ihm darin folgen mit dem Vorbehalt, daß unsere Interpretation seiner Zahlen von deren wahrer Bedeutung geringfügig

1) Seite 44; im Widerspruch damit die Ueberschrift der Tab. VI.

abweicht, wenn die Sachlage eine andere ist. — Ueber die zweite Tontine wird uns nur mitgeteilt, daß sie im Februar 1696 eröffnet wurde.

Nachdem Deparcieux das Absterben nach fiktiven Altern in allen Klassen jeder der beiden Tontinen bis zum 1. Januar 1742 dargestellt hat, addiert er aus beiden Tontinen die sämtlichen 3-jährig Eingetretenen (ich will sie ${}_3^3 I_{t_1}^{t_2}$ nennen, durch die Indices die Zeit-[1]) und Altersgrenzen andeutend, zwischen denen sie gezählt sind), — desgleichen die 3- bis 7-jährig Verstorbenen $\left({}_3^7 M_{t_1}^{t_2}\right)$, und erklärt das Verhältnis

$$ {}_3^7\mu_{t_1}^{t_2} = \frac{{}_3^7 M_{t_1}^{t_2}}{{}_3^3 I_{t_1}^{t_2}} $$

für die Sterblichkeit $\left({}_3^7 \mu_{t_1}^{t_2}\right)$ der Angehörigen beider Tontinen zwischen den Altern 3 und 7 während der Beobachtungsfrist.

Darauf addiert Deparcieux die sämtlichen Erfüllungen des Alters 7 $\left(V(7)_{t_1}^{t_2}\right)$ und die im Alter 7 Neueingetretenen $\left({}_7^7 I_{t_1}^{t_2}\right)$, desgleichen die Todesfälle ${}_7^{12} M_{t_1}^{t_2}$ der Alter 7 bis 12, und findet in dem Verhältnis

$$ {}_7^{12}\mu_{t_1}^{t_2} = \frac{{}_7^{12} M_{t_1}^{t_2}}{V(7)_{t_1}^{t_2} + {}_7^7 I_{t_1}^{t_2}} $$

die Sterblichkeit der Gesamtheit für das Alter 7 bis 12.

Und so fort für alle übrigen 5-jährigen Altersstrecken: die Sterblichkeit ist jedesmal die Zahl der in der Altersstrecke Verstorbenen, dividiert durch die Summe der das untere Grenzalter Ueberlebenden und der in diesem Grenzalter Eintretenden.

Deparcieux hat seine Ermittelung der Sterblichkeit unter Tontiniten in der noch jetzt üblichen Form der Absterbeordnung zur Darstellung gebracht[2]). Er hat dazu aber außer den Erfahrungen der Tontinen von 1689 und 1696, die er uns mitteilt, auch noch die analogen einer anderen Tontine von 1734 verwandt[3]), ohne sie mitzuteilen: daher lassen sich die Zahlen der Absterbeordnung nicht direkt aus der Sterblichkeit in unseren beiden Tontinen herstellen. Es ist in dieser Absterbeordnung nach der gewöhnlichen Weise aus der beobachteten

---

1) t_1 bedeutet die Gründungszeit der ersten Tontine, t_2 den Schlußtermin der Beobachtung.

2) Table XIII, 4. Hauptspalte.

3) Seite 47.

Sterblichkeit „nach der Regel de tri“ berechnet worden, wie viele von 1000 Dreijährigen in den Altern 7, 12, 17 etc. noch leben werden; die Differenzen, also die in den Zwischenaltern Verstorbenen, sind jedesmal auf die einjährigen Zwischenalter willkürlich verteilt, so zwar, daß die allmähliche Abnahme des Vorrates der Lebenden möglichst geringe Sprünge aufweist. — Aus der fertigen Absterbetafel weiß Deparcieux dann in der noch jetzt üblichen Weise ganz korrekt die „mittlere Lebenserwartung“ eines jeden Alters zu gewinnen.

Deparcieux erzählt [1]), daß fast alle diese Tontiniten Pariser waren. — Die so wichtige Unterscheidung des Geschlechtes hat er nicht gemacht. — Die Zahlen, auf die er seine Beobachtung gründet, waren noch recht gering. Die beiden Tontinen von 1689 und 1696 zählten zusammen 9260 in den Altern von 0 bis 75 Jahren eingetretene Mitglieder, von denen 7933 während der Beobachtungsfrist verstarben; eine der am stärksten besetzten Altersklassen, die von 47 bis 52 Jahren, umfaßt 5483 teils das untere Grenzalter Erfüllende, teils Neueintretende.

So viel zur Beschreibung der Tontinentafeln des Deparcieux. Wir haben uns nun ein Urteil über sie zu bilden, und zwar thun wir hier wie in ähnlichen Fällen gut daran, gesondert zu betrachten dasjenige, was der Autor nach seiner Auffassung der Sache zu messen beabsichtigt, und dasjenige, was er in der That gemessen hat.

Deparcieux ist überzeugt, daß die Angehörigen einer Klasse, weil sie beim Eintritt ein gewisses Durchschnittsalter x haben, sich in allen wesentlichen Beziehungen ebenso verhalten, wie wenn sie alle mit genau jenem Alter x eingetreten wären. Unter dieser Auffassung stellt dann jede Klasse für sich eine Absterbeordnung dar, entweder eine vollständige, wo sämtliche Mitglieder aussterben, oder eine solche, bei der die Beobachtung nach einem gewissen Alter abgebrochen ist. Ganz natürlich setzen sich dann die Beobachtungen der verschiedenen Absterbeordnungen zusammen zu einer Summenbeobachtung an Gleichaltrigen. — Wir sehen hier den Deparcieux die noch ungeläufige Fragestellung nach der Sterblichkeit einer Gesamtheit zwischen zwei Zeitpunkten sich vorsichtig zurechtlegen im engsten Anschluß an die altgewohnte Frage nach dem Absterben einer Gesamtheit von gleichzeitig Gleichaltrigen: er verändert die wahre Beschaffenheit der Erfahrungen in seiner Hypothese so, daß sie fast genau auf jene bevorzugte Fragestellung antworten, mit der einzigen Ausnahme, daß die Gleichaltrigen, welche während eines Alterszuwachses beobachtet werden sollen, nicht alle zur selben Zeit gleichaltrig sind; diese Abweichung läßt er als irrelevant zu.

Wie sehr das, was er gemessen hat, begrifflich verschieden ist von dem, was er messen wollte, das ahnt Deparcieux gar nicht. Untersuchen wir als Beispiel für diese Verschiedenheit einmal jene Größe, die er für die Sterblichkeit der Gesamtheit zwischen den Altern 7 und

1) Seite 62.

12 ausgiebt. Der Divisor dieses Verhältnisses ist, wie wir sahen, die Summe

1. der Ueberschreitungn des fiktiven Alters 7,
2. der mit dem Alter 7 Neueingetretenen —

d. i. in Wahrheit:

1. die Zahl derjenigen 0- bis 5-jährig Eingetretenen, welche den Anfang des 5. Geschäftsjahres erlebt haben,
2. die Zahl der 5- bis 10-jährig Eingetretenen.

Der Dividend der Sterblichkeit aber, nach der Fiktion die Zahl der 7- bis 12-jährig Verstorbenen, ist in Wahrheit die Zahl der Todesfälle, die unter den 0- bis 5-jährig Eingetretenen zwischen dem vollendeten 4. und dem vollendeten 9., und unter den 5- bis 10-jährig Eingetretenen bis zum vollendeten 5. Geschäftsjahre vorgekommen sind. Man macht sich diese wie alle ähnlichen komplizierten Unterscheidungen am besten anschaulich mittelst der von Knapp eingeführten graphischen Darstellung der bevölkerungsstatistischen Probleme. Ich habe die Lage der verschiedenen hier in Betracht kommenden Beobachtungsgebiete zu einander für eine einzige Tontinengesellschaft dargestellt im II. Anhang, Fig. 1: anstatt der Beobachtungen aus dem Altersstreifen *ABGI* liefert uns Deparcieux die Beobachtungen aus den Rechtecken *MNOP* und *CDKL*. Man sieht leicht, daß die letzteren Beobachtungen nicht alle umfassen, welche an der vorliegenden Gesamtheit während der Altersstrecke 7 bis 12 gemacht werden konnten, und daß sie andererseits auch solche enthalten, welche während anderer Alter gemacht sind: die äußersten Grenzen, innerhalb deren alle berücksichtigten Beobachtungen gelegen haben müssen, sind die Alter 4 und 15.

Wir können daher auch sagen: als angebliche Beobachtungen aus dem Alter 7 bis 12 liefert Deparcieux uns einen Teil der Beobachtungen aus dem Alter 4 bis 15.

Nun kann man aus einer Summe von Beobachtungen mit sehr verschiedenem Erfolge einen Teil aussondern. Beispiele erläutern das leicht. Man denke sich aus den sämmtlichen im Alter 4 bis 15 gesammelten Erfahrungen einmal alle diejenigen herausgenommen, welche mit einem Todesfall endigen, und zweitens alle diejenigen an solchen Personen, deren Name mit M beginnt. Denkt man sich nun in beiden Fällen die Sterblichkeit ermittelt, so weiß man im ersteren Fall schon im voraus, daß die Sterblichkeit der Teilgesamtheit im Vergleich zu der der ursprünglichen sehr groß sein muß, denn man hat ja durch das Prinzip der Auswahl darauf hingewirkt, daß sie groß werde. Im zweiten Fall dagegen ist durch das Prinzip der Auswahl schlechterdings gar nichts gesagt über die Sterblichkeit in der ausgewählten Gesamtheit; dieselbe muß nach bekannten Regeln der Wahrscheinlichkeit derjenigen sehr nahe kommen, welche durch die Totalsumme der Beobachtungen zwischen den Altersgrenzen 4 und 15 festgestellt ist, falls nur die ausgewählte Gesamtheit genügend groß ist. Es ist das ja ganz die nämliche Erwägung, die uns in dem beliebten Schulbeispiel der Wahrscheinlichkeitsrechnung sagt, daß das unbekannte Ver-

hältnis der Zahlen der in einer Urne enthaltenen weißen und schwarzen Kugeln annähernd gleich ist dem Verhältnis unter den durch eine große Zahl von Ziehungen blind daraus entnommenen Kugeln; oder die uns sagt, daß die aus einer Warenmenge entnommene Stichprobe annähernd dasselbe Verhältnis der Bestandteile aufweisen muß, wie die gesamte Warenmenge. Als eine solche Stichprobe auf die Sterblichkeit unter allen während des Alters 4 bis 15 Beobachteten läßt sich jene Auswahl derjenigen Personen, deren Namen mit M beginnen, am kürzesten charakterisieren.

Untersuchen wir nun, welcher von beiden Arten der Auswahl diejenige angehört, welche Deparcieux uns aus den gesamten Beobachtungen des Alters 4 bis 15 liefert, so sehen wir, daß ihr Prinzip keinerlei generelle Bevorzugung der Todesfälle einerseits oder der Fälle langer Lebensdauer andrerseits einbegreift. Indessen können wir diese Auswahl doch nicht ohne weiteres als eine Stichprobe bezeichnen. Denn aus der begrifflichen Bestimmung sowohl wie noch leichter aus der graphischen Darstellung ersieht man, daß das Auswahlprinzip den aus dem Alter 7 bis 12 stammenden Beobachtungen einen weiteren Spielraum eröffnet, als den aus anderen Altern stammenden, daß also die Auswahl von jenen wahrscheinlich entsprechend mehr enthalten wird als von diesen. Sofern das Alter einen Einfluß auf die Sterblichkeit übt, wird also die Sterblichkeit innerhalb der von Deparcieux gelieferten engeren Auswahl eine andere sein als die unter allen zwischen den Altern 4 und 15 Beobachteten.

Demnach gestatten die von Deparcieux zur Ermittelung der Sterblichkeit in dem fiktiven Alter 7 bis 12 benutzten Daten bei richtiger Verwertung eine Probe auf die Sterblichkeit zwischen den Altern 4 bis 15, eine Probe, auf deren Ausfall die zwischen den Altern 7 und 12 herrschende Sterblichkeit einen größeren Einfluß ausübt als die Sterblichkeit außerhalb dieser Grenzen.

Unter der „richtigen Verwertung der Daten“ ist zu verstehen, daß man die während der Beobachtungsfristen verlebte Zeit als Divisor des Sterblichkeitsquotienten verwende, an Stelle der Zahl der Personen, von denen sie verlebt ist. Man findet diese verlebte Zeit schätzungsweise leicht aus der Zahl der Personen, indem man berücksichtigt, daß die Verstorbenen durchschnittlich nur die Hälfte der Beobachtungsfrist durchlebt haben. Daß zur Ermittelung der Sterblichkeit innerhalb einer irgendwie definierten Beobachtungsmasse die Todesfälle auf die verlebte Zeit und nicht auf die entsprechenden Personen bezogen werden müssen — dies ist eine Anschauung, die von G. F. Knapp, allerdings zunächst nur in seinen akademischen Vorlesungen, eingehend begründet ist.

Dieselben Betrachtungen, die wir hier für das Alter 7 bis 12 angestellt haben, lassen sich natürlich mutatis mutandis auf jedes andere Alter erstrecken und ergeben allgemein, daß die von Deparcieux für das fiktive Alter x bis $(x + 5)$ gelieferten Daten eine Schätzung der Sterblichkeit zwischen den Altern $(x - 3)$ und $(x + 5 + 3)$ mit be-

sonderer Bevorzugung der Sterblichkeit des Alters x bis $(x + 5)$ gestatten.

Dies ist die genaueste Angabe, welche sich über die logische Beziehung der von Deparcieux versuchten Ermittelung der Sterblichkeit zu der Sterblichkeit seines Beobachtungsmaterials zwischen gewissen Altersgrenzen machen läßt.

Es mußte diese Beziehung deshalb so gründlich erörtert werden, weil Deparcieux' Verfahren sowie unsere Beurteilung desselben typisch ist für eine große Reihe ähnlicher Erscheinungen, die uns später beschäftigen werden. Alle Erforscher unseres Gebietes mit zwei Ausnahmen gruppieren die Beobachtungsdata, die sie für die Ermittelung der Sterblichkeit nach dem Alter beibringen, auf der Grundlage gewisser Fiktionen über das Alter. Und die psychologische Erklärung ihres Verfahrens ist stets dieselbe wie bei Deparcieux. Aus der unleugbaren Thatsache, daß eine Beobachtungsgesamtheit zur Zeit ihres Eintrittes in die Beobachtung ein gewisses Durchschnittsalter besitzt, folgert man fälschlich, daß sie im Lauf der Zeit die nämlichen Erfahrungen liefern werde, wie eine gleich große Gesamtheit, die man genau von demjenigen Lebensalter an, welches für jene das Durchschnittsalter ist, während der nämlichen Dauer beobachten würde: unter dieser Annahme kann man die Erfahrungen an einer Gesamtheit der ersteren Art an Stelle derjenigen an einer Gesamtheit der letzteren Art benutzen.

Natürlich ist eine solche Annahme aber völlig willkürlich und raubt der Sterblichkeitsbeobachtung den ihr wesentlichen Charakter der reinen Empirie; das Resultat, das unter der Herrschaft dieser Hypothese zustande kommt, hat, wie an Deparcieux gezeigt ist, logisch nur den Wert einer Schätzung anstatt den einer exakten Messung, und zwar stets einer Schätzung der Sterblichkeit zwischen weiteren Altersgrenzen als denjenigen, für welche nach der Fiktion die Sterblichkeit geliefert werden soll. Indem man eine Gesamtheit von Personen, über deren jede genaue Beobachtungen nach Zeit und Alter vorliegen, derartigen Altersfiktionen unterwirft, beraubt man sich somit gerade des Vorzuges, den solches Material vor dem der Bevölkerungsstatistik voraushat: des Vorzuges der Möglichkeit exakter Sterblichkeitsmessung.

Deparcieux' Tontinenmaterial gestattet solche exakte Messung überhaupt nicht, weil die Angaben über das Alter der Eintretenden nur innerhalb so weiter Grenzen gegeben sind. Nachdem die 0- bis 5-, 5- bis 10-, 10- bis 15- u. s. w. -jährig Eingetretenen vom Aufnahmetermin an während eines Jahres beobachtet sind, hat man gewisse, ohne Rücksicht auf die Sterblichkeit abgegrenzte Summen von verlebter Zeit und Todesfällen, die je den Altern 0 bis 6, 5 bis 11, 10 bis 16 u. s. w. angehören. Indem man diese Betrachtung von Jahr zu Jahr fortsetzt, erhält man (aus den verschiedenen Klassen) noch mehrere derartige Beobachtungsmengen, die den Altern 5 bis 11, 10 bis 16 u. s. w. angehören, und wenn man endlich alle Beobachtungen

einer jeden solchen 6-jährigen Altersstrecke zusammenwirft, erhält man je eine annähernde Stichprobe der Sterblichkeit in diesem Alter.

Dieses ist das Maximum der Genauigkeit der mit den Zahlen des Deparcieux anzustellenden Schätzungen der Sterblichkeit. Ich teile es mit, um ein Urteil zu geben über den Wert, den diese Zahlen haben können für die Beantwortung der so sehr interessanten Frage nach der Aenderung der Sterblichkeit im Laufe der 150 bis 200 Jahre, die seit den Beobachtungen Deparcieux' bis jetzt verflossen sind. Der relativ geringe Umfang des Materials, die mangelnde Unterscheidung des Geschlechts, sowie die große Weite der Altersspielräume lassen diesen Wert nicht erheblich erscheinen. Es sind an dieser, wie auch an den anderen älteren Untersuchungen über die Sterblichkeit heute einzig die Methoden von Interesse, als die Fußspuren, welche das Nachdenken der Menschen über diesen Gegenstand bei seinem Fortschreiten hinterlassen hat, durch sie die Weite und die Richtung seiner Schritte markierend.

II. Die zunächst rein praktischen Zwecken — denen der Rententheorie — dienenden Untersuchungen der Sterblichkeit unter Tontiniten haben in Deparcieux, wie wir bereits bemerkten, eine naturwissenschaftliche Forschungslust erweckt, diesem interessanten Naturphänomen der Regelmäßigkeit der Sterblichkeit weiter nachzuspüren. Gelegenheit dazu fand er in den Aufzeichnungen verschiedener Klöster über ihren Mitgliederbestand, in welche Register er sich Einsicht zu verschaffen wußte. Ueber das Ziel dieser Untersuchungen spricht er sich sehr charakteristisch aus in folgenden Sätzen[1]): „Man glaube nicht, daß ich die Absterbeordnung, die ich für Rentiers entworfen habe, bestätigen will durch eine solche für Klosterleute. Ich will nur verschiedene Gesellschaften von Klosterleuten unter sich vergleichen, und aus der Aehnlichkeit der betr. Absterbeordnungen, die alle auf Leute gleicher Art gegründet sind, werden diejenigen, die durchaus nichts von der annähernden Gleichmäßigkeit der Sterblichkeit unter verschiedenen, passend gewählten Gesamtheiten wissen wollen, ein Urteil gewinnen über die thatsächlich bestehende Uebereinstimmung der Absterbeordnungen unter verschiedenen Gesamtheiten, die am gleichen Ort zu verschiedenen Zeiten oder zu gleicher Zeit an verschiedenen Orten desselben Landes beobachtet worden sind."

Deparcieux hat also bereits die — sehr moderne — Ansicht, daß verschiedene Umstände eine verschiedene Sterblichkeit hervorbringen; und zwar schreibt er den allgemeinen Lebensumständen — ob man z. B. sein Leben weltlich oder als Klostergeistlicher verbringt — einen wesentlichen, der Zeit und dem Ort des Lebens dagegen einen unmerklichen Einfluß zu, teils aus logischen Gründen, teils weil er es beobachtet zu haben meint.

Um die beabsichtigten Vergleichungen anstellen zu können, bildete Deparcieux sich 5 verschiedene Beobachtungsgesamtheiten, nämlich:

1) Seite 74 und 75.

1. die 2045 Mönche, welche in der Zeit von 1607 bis 1669 einschließlich in den Altern von 17—26 Jahren in die Benediktinerabtei St. Maur eingetreten waren [1]);
2. die 2837 Benediktinermönche, die von 1685 inkl. bis Mitte 1745 verstorben waren, und deren Eintrittsalter zwischen dem vollendeten 16. und dem vollendeten 26. Lebensjahre lag [2]);
3. die 1471 Mönche von St. Geneviève mit der Sterbezeit 1685 bis 1744 inkl. und dem Eintrittsalter 16 bis 26 [3]);
4. die 2298 Mönche verschiedener Orden [4]) (deren jeder allein ein zu kleines Beobachtungsmaterial lieferte) mit der Sterbezeit 1685 bis Mitte 1745 und dem Eintrittsalter 16 bis 26 [5]);
5. die 1519 Nonnen verschiedener Pariser Klöster [6]) mit der Sterbezeit 1685 bis Mitte 1745 und dem Eintrittsalter 16 bis 24 [7]).

Jede dieser 5 Gesamtheiten ist vom Eintritt ins Kloster bis zum Tode des letzten ihrer Mitglieder beobachtet worden. In der 2. bis 4. Gruppe lag das schon wegen des zur Abgrenzung benutzten Merkmals, der Sterbezeit, nahe; daß Deparcieux aber dieser Eigenschaft des Materials einen ganz besonders hohen Wert beimaß, sieht man daran, daß er in der ersten Gruppe die als Abgrenzungsmerkmal benutzte Eintrittszeit so früh abschloß, daß der letzte aus ihr Stammende vor der Zeit, wo Deparcieux seine Rechnungen anstellte, bereits verstorben war, nämlich im Jahre 1745; „auf diese Weise habe ich alles, sowohl die in niedrigem, als die in hohem Alter Verstorbenen", setzt Deparcieux, seine Auffassung charakterisierend, hinzu.

Jede der 5 Gruppen ist zur Ermittelung ihrer Sterblichkeit in genau derselben Weise behandelt worden, wie die Tontinenrentner. Deparcieux weiß aus den Klosterregistern von jedem Mitglied einer Gruppe das Eintrittsalter und die Dauer seiner Zugehörigkeit zum Kloster bei seinem Tode; danach ordnet er die Gruppe in Eintrittsaltersklassen (17- bis 18-, 18- bis 19-, u. s. w. -jährig Eingetretene), und jede Eintrittsklasse in Unterabteilungen solcher, die im 1., 2., 3. u. s. w. Jahre ihrer Klosterangehörigkeit [8]) verstorben waren. Diesen Thatbestand verwandelt er mit Hilfe einer Fiktion in die Beobachtung des Aussterbens der Klasse nach dem Alter; z. B. von den 17- bis 18-jährig Eingetretenen gilt ihm als 17- bis 18-jährig verstorben, wer starb, als er noch kein ganzes Jahr Mönch gewesen war, als 18- bis 19-jährig verstorben, wer zwischen dem ersten und zweiten Jahrestag der Ablegung seines Gelübdes starb, u. s. w. Durch Subtraktion der fiktiv 17- bis 18-jährig Verstorbenen von den 17- bis 18-jährig Ein-

1) Table VIII
2) Table IX.
3) Table X.
4) Aufgezählt Seite 76.
5) Table XI.
6) Aufgezählt Seite 76.
7) Table XII.
8) „pendant la première, seconde ... année de leur profession".

getretenen findet Deparcieux die Ueberschreitungen des fiktiven Alters 18, und entsprechend die der übrigen fiktiven Alter.

Nachdem er das Material der Gruppe für alle Klassen so disponiert hat, addiert er die sämtlichen Ueberschreitungen des fiktiven Alters 20 $\left(V(20)\,{}^{t_2}_{t_1}\right)$, dazu die 20- bis 21-jährig Eingetretenen $\left({}^{21}_{20}I\,{}^{t_2}_{t_1}\right)$, und setzt die Summe in Beziehung zu denjenigen in ihr Begriffenen $\left({}^{25}_{20}M'\,{}^{t_2}_{t_1}\right)$, die im Alter 20 bis 25 verstorben sind, um so die Sterblichkeit der Gruppe im Alter 20 bis 25 zu erhalten:

$$ {}^{25}_{20}\mu\,{}^{t_2}_{t_1} = \frac{{}^{25}_{20}M'\,{}^{t_2}_{t_1}}{V(20)\,{}^{t_2}_{t_1} + {}^{21}_{20}I\,{}^{t_2}_{t_1}}. $$

So berechnet er die Sterblichkeit für jede 5-jährige Altersstrecke, und darnach eine Absterbeordnung vom Alter 20 ab nach genau dem nämlichen Verfahren, das er bei den Tontiniten angewandt hat [1]).

Die Beurteilung dieser Tafeln des Deparcieux wird zunächst die Aehnlichkeit des Messungsverfahrens mit dem bei den Tontiniten angewandten hervorzuheben haben. Hier wie dort gestaltet Deparcieux sich sein Material mit Hilfe einer Fiktion so, dass es ihm eine Anzahl von natürlichen Absterbeordnungen zu liefern scheint, d. h. eine Anzahl von Beobachtungen darüber, um wie viel ein gegebener Vorrat von Menschen eines bestimmten Alters sich am Ende eines jeden späteren Lebensjahres durch den Tod vermindert hat. Bei dem Klostermaterial sind diese Vorräte noch dazu alle vollständig, d. h. bis zum völligen Verschwinden beobachtet, während bei den Tontiniten in einigen Gruppen die Beobachtung nach einem bestimmten Alter abgebrochen erscheint. Deparcieux braucht aus diesen verschiedenen Absterbeordnungen nur die für irgend eine Altersstrecke gefundenen Zahlen der Lebenden und Verstorbenen in zwei Summen zusammenzuwerfen, um die Sterblichkeit der ganzen Gruppe in dieser Altersstrecke zu finden. In der Art, wie er diese Zusammenfassung vorgenommen hat, tritt ein Zug von psychologischem Interesse hervor. Will er z. B. die Sterblichkeit des Alters 20 bis 25 ermitteln, so findet er dazu teils solche vor, die das Alter 20 bereits als Mönche erfüllt haben, teils solche, die erst 20- bis 25-jährig in den Orden und damit in die Beobachtung eingetreten sind. Nur die Beobachtung der ersteren entspricht genau der Fragestellung, die Deparcieux von der Absterbeordnung her gewohnt ist: von den letzteren scheinen ihm die 20- bis 21-jährig Eingetretenen aber den vom Alter 20 ab Beobachteten noch nahe genug zu stehen, um gleich diesen auf die vorgelegte Frage zu antworten. So beobachtet er also die das Alter 20 Ueberlebenden und die 20- bis 21-jährig Eingetretenen bis zum Alter 25, die 21- bis 25-jährig Eingetretenen dagegen läßt er für diese Altersstrecke völlig außer Betracht. Man

1) Table XIII.

sieht daraus zweierlei. Einmal, daß Deparcieux einen sehr feinen Instinkt für derartige Betrachtungen besaß, der ihn vorbeiführte an der in gefährlicher Nähe liegenden Klippe des Fehlschlusses: diese 20- bis 25-jährig Eingetretenen waren alle jedenfalls einmal 20 Jahre alt, also (!) kann ich sie den vom Alter 20 an unter Beobachtung Lebenden zurechnen. Da der Ausschluß von Beobachtungen, den er vornimmt, ohne Rücksicht auf deren Sterblichkeitsverhältnis vollzogen wird, so kommt Deparcieux instinktmäßig zu einem Resultat, das ohne große Abweichung von der Sterblichkeit in der gesamten fiktiven Beobachtungsmenge sein wird. Aber er geht nicht konsequent vor, indem er bei den 20- bis 21-jährig Eingetretenen den Fehler begeht, den er bei den übrigen vermeidet. Und so sieht man denn aus diesem Zuge zweitens, daß Deparcieux der prinzipiellen Erledigung der auftauchenden Schwierigkeit und damit der Erhebung zu einer allgemeineren Erfassung der Probleme der Sterblichkeitsmessung doch keineswegs fähig ist. Er umgeht klug das Hindernis, anstatt es zu nehmen.

Nachdem wir hiermit unserem entwickelungsgeschichtlichen Interesse für das Messungsproblem, das dem Deparcieux bei seinem Klostermaterial vorzuliegen schien, genügt haben, bleibt zu erwägen, welche wahre Bedeutung diese Messungen Deparcieux' haben. Und zwar wollen wir dem Deparcieux zunächst nicht in seiner Beobachtung der 5-jährigen Altersstrecken folgen, sondern untersuchen, was sich ergiebt, wenn man genau das nämliche Verfahren auf einjährige Altersstrecken anwendet, damit wir so gleich die engsten Grenzen kennen lernen, zwischen denen sich mit derartigen Beobachtungen, wie sie Deparcieux verwandte, die Sterblichkeit ermitteln läßt.

Wenn Deparcieux die Sterblichkeit einer seiner 5 Mönchsgruppen während einer Altersstrecke x bis $(x + 1)$ hätte angeben sollen, so hätte er sie in Uebereinstimmung mit seinem Verfahren für die 5-jährigen Altersstrecken nur bestimmen können als

$$ {}_{x}^{x+1}\mu_{t_1}^{t_2} = \frac{{}_{x}^{x+1}M_{t_1}^{t_2}}{V(x)_{t_1}^{t_2} + {}_{x}^{x+1}I_{t_1}^{t_2}} . $$

Nun sind diejenigen, die das fiktive Alter x überleben $[V(x)]$, in Wahrheit diejenigen, bei denen die Dauer der Klosterangehörigkeit länger war als so viele $(x - a)$ ganze Jahre, daß diese Jahre, zur unteren Grenze a des Eintrittsalters a bis $(a + 1)$ addiert, das fiktive Alter x ergaben. Die wahren Grenzen des Alters, zwischen denen diese Dauer der Klosterangehörigkeit überschritten wurde, waren daher $a + (x - a)$ und $(a + 1) + (x - a)$, d. h. x und $x + 1$. Andererseits kann aber auch innerhalb der Altersgrenzen x und $(x + 1)$ kein neues Jahr der Dauer der Klosterangehörigkeit angetreten worden sein, ohne daß der Fall unter der Summe $V(x)$ mitgezählt wäre — ausgenommen nur diejenigen, welche im Alter x bis $(x + 1)$ erst eingetreten sind. Die letzteren machen aber die Zahl ${}_{x}^{x+1}I_{t_1}^{t_2}$ aus. Also wird als Nenner des Sterblichkeitsquotienten, als die Größe

$V(x)_{t_1}^{t_2} + {}_{x}^{x+1}I_{t_1}^{t_2}$, benutzt die Zahl der Fälle, wo im Alter x bis $(x+1)$ ein neues Jahr der Dauer der Klosterangehörigkeit angetreten wurde. Der Zähler ${}_{x}^{x+1}M_{t_1}^{t_2}$ aber ist nichts anderes als die Zahl der Todesfälle, die sich während eben dieser im Alter x bis $(x+1)$ angetretenen Dauerjahre ereignet haben.

Anstatt also die Beobachtungen aus dem Lebensjahr x bis $(x+1)$ zu sammeln, werden gesammelt die Beobachtuugen aus denjenigen vollen Jahren der Dauer der Klosterangehörigkeit, die in jenem Lebensjahre x bis $(x+1)$ beginnen. Daraus ergeben sich die Altersgrenzen, zwischen denen die Beobachtungen gemacht sein müssen: es sind die Alter x und $(x+2)$. (Im II. Anhang, Fig. 2, findet sich die Lage des wirklichen Beobachtungsgebietes zu dem fiktiven graphisch dargestellt.) Wir haben es also bei jener angeblichen Sterblichkeit des Alters x bis $(x+1)$ mit einem Teil der Erfahrungen des Alters x bis $(x+2)$ zu thun, und zwar ist das Merkmal, wonach die Todesfälle und die verlebte Zeit einander zugeordnet sind — die Lage in einem der im Alter x bis $(x+1)$ angetretenen vollen Dauerjahre — an sich indifferent für die Sterblichkeit. Indessen ist es nicht indifferent für das Alter. Man macht sich das am besten durch die graphische Darstellung klar. Wenn über die Alter beim Antritt der Dauerjahre gar nichts bekannt ist, so ist die wahrscheinlichste Annahme, daß sie sich ziemlich gleichmäßig über die ganze Altersstrecke x bis $(x+1)$ verteilen. Nun denke man sich (siehe Fig. 3) durch die Alterslinien x und $(x+1)$ an beliebiger Stelle und unter beliebigem Winkel eine Gerade AD gezogen, sodann auf sie die sämtlichen Anfangspunkte der Dauerjahre durch Altersparallelen projiziert, und von den in nahezu gleichen Abständen auf AD liegenden Projektionspunkten aus die Aufenthaltslinien parallel ihrer ursprünglichen Lage eingezeichnet. Dann sind die sämtlichen Altersbeziehungen, auf die es uns augenblicklich allein ankommt, unter den durch Projektion konstruierten Linien genau dieselben, wie unter den ursprünglichen. Die sämtlichen Erfahrungen an ersteren sind dargestellt innerhalb des Parallelogramms $ABCD$. Aus diesem kann man nun durch Altersparallelen in verschiedener Weise ein Stück ausschneiden, das größer ist, also einen größeren Spielraum zur Gewinnung von Sterblichkeitserfahrungen bietet, als der Rest. Da uns praktisch immer die Sterblichkeit einjähriger Altersstrecken mit möglichst einfachen Grenzen am meisten interessiert, so wollen wir die Beziehungen des durch die Parallelen der Alter $(x+\frac{1}{2})$ und $(x+\frac{3}{2})$ ausgeschnittenen Stückes $BFEDHG$ zu dem Rest: EFC und AGH, untersuchen. Wenn man durch die übliche geometrische Bezeichnung eines Dreieckes kurz seinen Inhalt an Erfahrungen (verlebter Zeit und Todesfällen) ausdrückt, so bestehen nach Erwägungen der Wahrscheinlichkeit annähernd die Gleichungen

$$\begin{aligned} AGH &= DHI \\ CEF &= BFI \\ \hline AGH + CEF &= DHI + BFI \end{aligned}$$

d. h.: die Summe der außerhalb der beiden Altersparallelen $(x + \frac{1}{2})$ und $(x + \frac{3}{2})$ belegenen Erfahrungen ist annähernd gleich einem Teil der Summe der innerhalb ihrer belegenen Erfahrungen.

Man übersetzt die Betrachtung der graphischen Darstellung leicht zurück in die Betrachtung der dargestellten Begriffe und kommt zu dem Ergebnis, daß der für fiktive Alter bestimmte Wert ${}^{x\,|\,1}{}_{x}\mu^{t_2}_{t_1}$ in Wahrheit eine Schätzung ist der Sterblichkeit im Alter x bis $(x + 2)$, auf welche jedoch Erfahrungen aus dem Alter $(x + \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{3}{2})$ einen bedeutend stärkeren Einfluß geübt haben als Erfahrungen aus dem Rest des Altersspielraumes. Es würde wenig Wert haben, wollte man versuchen, die Höhe des Einflusses der beiden Bestandteile genauer zu bestimmen.

Man sieht, daß in diesem Falle die Fiktion einen ganz ähnlichen Einfluß auf das Resultat gehabt hat, wie wir ihn oben bei den Tontinentafeln festgestellt haben.

Deparcieux selbst hat diejenigen, die im Alter x bis $(x + 1)$ ein neues Jahr der Dauer der Klosterangehörigkeit antraten, nicht, wie wir zuvor, während eines, sondern während 5 Jahren vom Antritt jenes neuen Dauerjahres ab beobachtet und demnach Erfahrungen aus dem Alter x bis $(x + 6)$ erhalten, unter denen diejenigen aus dem Alter $(x + \frac{1}{2})$ bis $(x + \frac{11}{2})$, sowie auch noch die aus dem Alter $(x + 1)$ bis $(x + 5)$ den Rest so beträchtlich überwiegen, daß man das Gesamtresultat mit großer Annäherung an die Wahrheit als eine Schätzung der Sterblichkeit zwischen diesen engeren Grenzen ansehen kann. —

Wir haben unsere Kritik bis so weit auf Deparcieux' Verfahren zur Messung der Sterblichkeit innerhalb der zuvor definierten Gruppen beschränkt. Nicht minder wichtig aber ist es, daß wir ein Urteil gewinnen über die Art der Gruppenbildung, über die dazu verwandten Merkmale selber.

Ueberblicken wir die 5 Gruppen von Klosterleuten, so finden wir, daß eine Anzahl der definierenden Merkmale bei ihnen allen von ähnlicher Art und Bedeutung sind: Angaben über das Geschlecht, die Klosterangehörigkeit, und damit über Lebensweise und Aufenthaltsort. In einem Merkmal aber unterscheidet sich, wie wir schon kurz berührt haben, die erste Gruppe von Mönchen erheblich von den 4 übrigen: sie enthält die sämtlichen in einem Zeitraum Eingetretenen, die 4 anderen dagegen die sämtlichen in einem Zeitraum Verstorbenen aus je einer größeren, durch weitere Merkmale definierten Gesamtheit.

Deparcieux selbst weiß, daß diese Verschiedenheit der Definitionsmerkmale eine erhebliche Verschiedenheit in dem Ergebnis der Messung erzeugen kann. Das Merkmal der Geburtszeit erscheint ihm völlig unbedenklich, denn man erhalte ja so gerade was man wolle, nämlich die Kenntnis des Aussterbens einer Anzahl von Personen. Das andere Merkmal dagegen sei nur bedingungsweise zulässig. „Wenn man," sagt er [1]), „Alle nähme, die in einem Orden seit dessen Grün-

1) A. a. O. Seite 80.

dung bis jetzt verstorben sind, so wäre die danach hergestellte Absterbeordnung mangelhaft, weil diejenigen, die gegen den Anfang verstorben sind, nur jung verstorben sein können — da man ja hier nur solche erfaßt, die zwischen 16 und 25 [1]) Jahren ihr Gelübde abgelegt haben [2]) —, und während man nun unter den jetzt kürzlich Verstorbenen Junge und Alte hat, würde man (in der Summe) unverhältnismäßig viel Jungverstorbene bekommen. Deshalb habe ich bei den den Tafeln IX bis XII zu Grunde gelegten Orden nur die seit 1685 bis jetzt Verstorbenen genommen. Man sieht leicht, daß der eben beschriebene Fehler sich wieder einstellen würde, wenn von 1685 an die Zahl der lebenden Mönche zunehmen würde. Und im Gegenteil, wenn ihre Zahl abnähme, so erhielte man unverhältnismäßig viel Alte.“ Nun hätten aber seit 1685 die Benediktiner „eine ziemlich vollendete Gleichmäßigkeit bewahrt“, bei den übrigen Orden aber seien die Abweichungen derart, daß die Fehler sich aufhöben.

Hiernach verlangt Deparcieux, daß für beliebige Zeiträume, z. B. Kalenderjahre, die Zahlen der in jeder Altersstrecke Verstorbenen ein gewisses Verhältnis zu einander innehalten sollen, einerlei, in welchem Teile der gesamten Beobachtungsfrist diese Zeiträume liegen. Wie dieses Verhältnis beschaffen sein soll, darüber wird nichts Näheres gesagt, es wird nur verlangt, daß nicht prinzipiell, d. h. durch die Definition der Beobachtungszeit, die einen oder die anderen Sterbealter ausgeschlossen seien, und daß auch nicht ihre Berücksichtigung oder ihr Ausschluß durch äußere Umstände, wie die zeitliche Verteilung der Eintritte, augenfällig bevorzugt werden solle. Vielleicht schwebte Deparcieux als jenes angestrebte Verhältnis dasjenige vor, das bei den in eben jenem Zeitraum 1685 bis 1745 Eingetretenen unter den Zahlen der in den einzelnen Altern Verstorbenen zu beobachten sein würde, wenn man die Beobachtung bis zum Tode des letzten erstreckte. Knapp [3]) hat nachgewiesen, daß die von Deparcieux aufgestellten Bedingungen nebst der weiteren der konstanten Absterbeordnung diejenigen sind, unter welchen die letztgenannte Gesamtheit die nämlichen Zahlen für die einzelnen Sterbealter liefert, wie die des Deparcieux. Inwieweit unser Autor sich diesen Zusammenhang klar gemacht hat, darüber fehlen Anhaltspunkte. Nach den citierten Sätzen enthebt er sich jeder weiteren Argumentation mit einem: „tout cela est aisé à sentir“; und so mag er das Richtige wohl mehr instinktmäßig gefühlt als durch scharfe Ueberlegung gefunden haben.

Die Auffindung des logischen Unterschiedes zwischen Messungen der Sterblichkeit an Gesamtheiten der einen oder anderen Abgrenzungsart ist mithin eine von Deparcieux uns zur Lösung überlassene Aufgabe.

---

1) Ungenau für 26. — Die überwiegende Mehrzahl der Mönche trat in diesem Alter 16 bis 26 ein.

2) Offenbar ein schiefer Ausdruck: andere als 16- bis 26-jährig Eingetretene erfaßt man überhaupt nicht. Deparcieux will sagen: da die hier Verstorbenen noch nicht weit über ihr Eintrittsalter 16 bis 26 hinausgelangt sein können.

3) Geschichte der Theorie des Bevölkerungswechsels, Seite 70 und 71.

Diejenigen Mitglieder einer irgendwie definierten weiteren Gesamtheit, welche durch eine gewisse Sterbezeit gekennzeichnet sind, bilden unter sich eine engere Gesamtheit, deren Bestand mit wachsendem Alter (von einer in der Definition der Gesamtheit gegebenen unteren Grenze anfangend) sich durch Absterben stets verringert, darin einer durch eine gewisse Geburtszeit bestimmten Gesamtheit völlig gleich. Die Sterblichkeit der Gesamtheit nach dem Alter ist bis zu jener Grenze (bei Deparcieux' Mönchen bis zum frühesten Aufnahmealter) ex definitione bekannt, nämlich Null; von da ab bis zum höchsten vorgekommenen Sterbealter kann sie in der gewöhnlichen Weise gemessen werden. Indessen liefert uns hier die formale Messungsoperation nicht diejenige Erkenntnis, um deren willen wir sie sonst vorzunehmen pflegen.

Um das zu erläutern, möchte ich einen mechanischen Vorgang heranziehen. Man denke sich in einem Gefäße einen sehr großen Vorrat (vielleicht eine Million) von Kugeln, die gruppenweise von verschiedener Farbe sind. Die Kugeln je einer Farbe sind unter sich ganz gleich, aber Kugeln verschiedener Farben sind stets verschieden an Gewicht und an Glätte der Oberfläche, so zwar, daß die schwersten zugleich die glattesten, die zweitschwersten die zweitglattesten sind, u. s. w. Es ist dafür Sorge getragen, daß die verschiedenartigen Kugeln völlig regellos durch das ganze Gefäß verteilt sind. Im Boden der Urne befindet sich ein Loch, groß genug, um mehreren Kugeln zugleich den Austritt zu verstatten; es ist durch einen Schieber verschlossen. Dieser Schieber nun werde geöffnet und so lange offen gehalten, bis eine große Zahl von Kugeln, die aber doch keinen sehr bedeutenden Bruchteil der Gesamtzahl ausmacht (vielleicht 5000 = $\frac{1}{200}$ Million), herausgerollt ist. Alsdann werde gezählt, wie viele der aus dem Gefäße entnommenen Kugeln je die gleiche Farbe haben.

Wären sämtliche Kugeln in allen für die beschriebene Bewegung wesentlichen Eigenschaften einander völlig gleich, so müßten nach bekannten Regeln der Wahrscheinlichkeit und deren experimentellen Bestätigungen die einzelnen Farben an den abgezapften Kugeln annähernd gleich stark beteiligt sein, wie an dem ursprünglichen Vorrat, oder, was das nämliche ist, von jeder Kugelgattung müßte nahezu der gleiche Bruchteil des anfänglichen Bestandes abgesondert sein. Nun sind aber die einen Kugeln schwer und glatt, die anderen leicht und rauh. Die ersteren müssen also mit bedeutend größerer Gewalt in dem Kugelstrom vorwärts gedrungen sein als die letzteren, ihrer muß ein merklich größerer Bruchteil die Urne verlassen haben. Die Differenzen zwischen den Verhältnissen je der abgezapften Kugeln einer Art zu den überhaupt vorhandenen derselben Art sind der experimentelle Nachweis für die Differenzen der unter den gegebenen Bedingungen den einzelnen Kugelarten eigentümlichen Beweglichkeit. Diese letztere festzustellen allein aus den Anteilen der einzelnen Gattungen an dem Erguß, würde unmöglich sein. Denn es fehlt für je zwei solcher Anteile jener Wahrscheinlichkeitsnexus, des Inhaltes, daß dieselben nahezu gleich sein müßten bei gleicher Beweglichkeit der Arten, jener Nexus, welcher notwendig bestehen muß, damit man aus den Unterschieden

der Anteile auf Unterschiede der Beweglichkeit schließen kann. Vielmehr zeigt sich in den Mengenverhältnissen der Arten unter dem Ergusse die verbundene Wirkung einerseits ihrer relativen Beweglichkeit, andererseits aber ihrer Beteiligung an der Zusammensetzung des gesamten Kugelvorrates.

Die Logik dieses einfachen mechanischen Vorganges ist in der Hauptsache sehr ähnlich derjenigen, die wir bei der Sterblichkeitsmessung anwenden. Die Beziehungen zwischen beiden sind leicht aufzufinden. Es sei die Aufgabe gestellt, die Sterblichkeit zu messen unter denjenigen Menschen, die, gewisser Merkmale $A, B, C \ldots$ teilhaftig, gelebt haben oder gestorben sind. Dann entspricht den sämtlichen Kugeln der Urne die Gesamtheit jener Menschen während der Lebenszeit, in der sie die Merkmale A, B, $C \ldots$ trugen, oder, schärfer ausgedrückt: die Summe der von ihnen im Besitze jener Merkmale verlebten Zeiteinheiten. Die verschiedenen Arten der Kugeln gleichen verschiedenen Klassen jener Menschen, z. B. Altersklassen. Die Dauer der Oeffnung des Schiebers ist die Dauer der Beobachtung der Gesamtheit. Die unter dem Einfluß der Schwerkraft herausfallenden Kugeln sind die Sterbenden, die der Summe der dem menschlichen Leben ein Ende setzenden Ursachen verfallen. Die verschiedene Beweglichkeit der Kugelarten versinnbildlicht die verschiedene Neigung der Klassen (Altersklassen), den Todesursachen zu erliegen.

Wäre diese Neigung in allen Klassen gleich, so müßte das Verhältnis der Verstorbenen zu den Lebenden in allen Klassen nahezu das gleiche sein. Deshalb dürfen experimentell gefundene Differenzen zwischen den Verhältniszahlen gedeutet werden als Anzeichen und Maß für die verschiedene Lebensfähigkeit der Klassen. — Nicht gestattet dagegen solche Deutung die Verschiedenheit der Anteile der Klassen an der Zahl der Verstorbenen allein. Sie — und mit ihr natürlich die unter den Verstorbenen, als unter einer für sich allein betrachteten Gesamtheit, nach den Klassen ermittelte Sterblichkeit — ist das vereinte Ergebnis einerseits der einer jeden Klasse spezifischen Gefährdung des Lebens, andrerseits der Größenverhältnisse der Klassen unter den Lebenden.

Die notwendige und ausreichende Bedingung dafür, daß man die Wirkung verschiedener Gruppenmerkmale (z. B. verschiedener Alter) auf die Sterblichkeit erkennen könne, ist das Bestehen der Wahrscheinlichkeit, daß ohne diese Wirkung die Sterblichkeit in den verschiedenen Gruppen die gleiche sein werde. Diese Wahrscheinlichkeit wiederum besteht — genügende Zahl der Beobachtungselemente immer vorausgesetzt — dann und nur dann, wenn Todesfälle und verlebte Zeiteinheiten durch die Definitionsmerkmale gleichmäßig umfaßt werden. Auf das einzelne Beobachtungselement angewandt, lautet diese Grundregel der zweckmäßigen Abgrenzung der Beobachtungsgesamtheiten so: jedes von einem Angehörigen der Gesamtheit verlebte Zeitteilchen ist dann und nur dann unter die Beobachtungsdaten aufzunehmen, wenn auch der im gleichen Augenblicke eingetre-

tene Tod desselben Mitgliedes laut der Definition der Gesamtheit unter die Beobachtungsdaten aufgenommen werden müßte.

Diese ganz allgemeine Regel wendet man leicht auf besondere Fälle an. Bei der Abgrenzung nach der Sterbezeit trifft das zeitliche Merkmal nur die Sterbenden, nicht aber die Lebenden, welche alle Merkmale mit jenen teilen, ausgenommen nur das Merkmal des Todes in dieser Zeit als notwendige Bedingung; deshalb ist diese Gesamtheit ungeeignet, die Sterblichkeit nach gewissen Eigenschaften, z. B. nach dem Alter, zu liefern. Die anderen Gesamtheiten des Deparcieux dagegen: alle zwischen zwei Zeitpunkten gewisser Merkmale (Zugehörigkeit zum Kloster St. Maur) teilhaftig Gewordenen, beobachtet vom Erwerb jener Eigenschaften bis zum Tod des letzten von ihnen, oder: alle bis zu einer Zeit t_1 mit gewissen Eigenschaften Ausgestatteten (Mitglieder von Tontinen Gewordenen), beobachtet von t_1 bis t_2 — diese und viele andere Abgrenzungen genügen der von uns gefundenen Bedingung.

III. Außer unter Tontinenrentnern und Klosterleuten suchte Deparcieux auch noch unter der Bevölkerung kleinerer Gebiete die Sterblichkeit zu ermitteln. Mehrere Untersuchungen darüber hat er teils selbst angestellt, teils veranlaßt, und die Resultate zweier davon in seinem Werke veröffentlicht.

Er kennt zweierlei Methoden der Sterblichkeitsstatistik für Bevölkerungen.

Zunächst schlägt er vor, man solle in möglichst zahlreichen, ganz blind [1]) bezüglich ihrer Wohlhabenheit und aller anderen Umstände gewählten Familien Umfrage halten nach der Zahl der vorhandenen oder vorhanden gewesenen Kinder. Alle Personen, von denen man auf diese Weise Kenntnis bekommen habe, solle man in einer Liste zusammenstellen, und für jede die Lebensdauer ermitteln; bei denen, welche zur Zeit, wo man nach ihnen fragte, bereits verstorben waren, sei diese Dauer unmittelbar gegeben, bei den übrigen sei sie zu finden, indem man ihrem zur Zeit der Nachfrage erreichten Alter die ihnen nach Kersseboom's Tafel (die für Bevölkerungen aufgestellt sei) zukommende mittlere Lebensdauer hinzufüge. Die Summe der Lebensdauern, dividiert durch die Zahl der Personen, die zu ihr beigetragen haben, ergebe direkt die einem jeden Neugeborenen zukommende mittlere Lebenserwartung. Nur diese empfiehlt Deparcieux aus solchem Material zu ermitteln, sie interessiert ihn, den Versicherungstheoretiker, vornehmlich.

Deparcieux erzählt [2]), er habe selbst über 3700 zu Paris geborener Kinder in dieser Weise beobachtet; er teilt von dieser Arbeit nur das Resultat mit, daß die mittlere Lebensdauer jener 3700 Neugebo-

1) Il ne faut faire aucun choix ni de riches ni de pauvres, non plus que de mères plus ou moins fécondes (Seite 69).

2) Seite 69.

renen 21,33 resp. 23,5 Jahre betrüge, je nachdem die Totgeborenen mit berücksichtigt würden oder nicht.

Man kann den gesunden Kern in diesem merkwürdigen Verfahren des Deparcieux nicht verkennen. Wenn man nach seiner Vorschrift sich ein Beobachtungsmaterial zusammenstellte, so würde das eine Stichprobe aus einer Generation der ganzen Bevölkerung sein, und wenn man an dieser die Sterblichkeit bis zum Zeitpunkt der Nachfrage beobachtete, so wäre das eine Sterblichkeitsermittelung, aus der man auf die Sterblichkeit der ganzen Generation schließen dürfte, — wenn nur die Stichprobe groß genug wäre, was ja allerdings schwer zu erreichen. — Indem aber Deparcieux für die zur Beobachtungszeit noch Lebenden die Kenntnis des ferneren Lebenslaufes antizipiert, versieht er die rein empirischen Beobachtungen mit deduktiven Zuthaten und erhält somit in dem Schlußresultat nur teilweise neue Kenntnisse, sodaß der Wert desselben gering ist. Er hat den Wein mit Wasser verdünnt und kann nicht wissen, ob das Wasser nicht vielleicht sogar schlecht war.

Eine zweite Auswahl aus der Bevölkerung, innerhalb deren Deparcieux die Ermittelung der Sterblichkeit empfiehlt, ist die nämliche, die er in seinen 4 letzten Mönchstafeln angewandt hat: die Auswahl der innerhalb gewisser Zeitgrenzen verstorbenen Angehörigen einer durch weitere Merkmale — hier regelmäßig nach dem Sterbeort — definierten Gesamtheit. Deparcieux teilt 3 Tafeln mit, die nach diesem Prinzip hergestellt sind: eine [1]), die der Curé von St. Sulpice zu Paris aus den während 30 Jahren in den Sterberegistern seiner Pfarrei gemachten Einträgen zusammengestellt hat; eine zweite [2]), in der ein Curé aus der Normandie die 8712 während eines nicht näher angegebenen Zeitraumes in 8 Kirchspielen registrierten Todesfälle nach einjährigen Altersklassen disponiert hat; endlich drittens [3]) Wargentin's Zusammenstellung der in Schweden in den 3 Kalenderjahren 1754 bis 1756 Verstorbenen. Deparcieux hat diese Beobachtungen, mit einigen passenden Korrekturen versehen, in die ihm von seinen anderen Untersuchungen geläufige Form der Absterbeordnung gebracht.

Nachdem wir das Auswahlprinzip dieser Beobachtungsgesamtheiten an anderer Stelle erschöpfend besprochen haben [4]), brauchen wir darüber hier nichts mehr hinzuzusetzen.

Die Aufstellung von Absterbeordnungen für Bevölkerungen führte Deparcieux zum Nachdenken über die Erscheinungen des Bevölkerungswechsels, deren Verständnis er sich durch die Fiktion eines stationären Zustandes der Bevölkerung näher zu bringen suchte. Inwieweit er sich mit den Folgerungen dieser mathematischen Fiktion vertraut zeigt, und inwieweit er sich über den Unterschied des fingierten Zustandes von dem wirklichen klar ist, das hat Knapp [5]) bereits mitgeteilt.

1) Seite 97 und Seite 102.
2) „Addition" Seite 20 ff. und Tab. IV.
3) „Addition" Seite 24 und Tab. IV.
4) Siehe oben Seite 18 – 20.
5) A. a. O. Seite 71 u. 72.

Wir haben unsere Darstellung der wissenschaftlichen Stellung des Deparcieux zu unserer Disziplin — aus guten Gründen — mit so vielen theoretischen Erörterungen belasten müssen, daß es angebracht sein mag, zum Schluß die Leistungen dieses Forschers noch einmal zusammenfassend zu würdigen. Man muß bei Beurteilung des Deparcieux im Auge behalten, daß sein Nachdenken über die Probleme der Sterblichkeit nur einen sehr geringen Rückhalt an Vorarbeiten fand, daß es so gut wie original war. So ist es denn nicht zu verwundern, daß seine Auffassung eine so enge blieb, wie wir es gesehen haben: er kannte die Fragestellung nach der Sterblichkeit nur in genau der Form, wie sie die Vorstellung der Absterbeordnung nahe legt; darum untersucht er nur Material, das dieser Fragestellung möglichst genau entspricht, indem es den Fall des Abganges aus der Beobachtung zu Lebzeiten ausschließt, — und wo die Sachlage trotzdem noch eine etwas andere als die der Absterbeordnung ist, da gestaltet er sie durch Fiktionen so um, daß sie die gewünschte Form zu haben scheint. Bei dieser noch so bescheidenen Uebersicht über die Natur der Sterblichkeitsmessung war es eine sehr glückliche Eigenschaft des Deparcieux, daß er einen so feinen Instinkt besaß, der ihm über die verstandesmäßig nicht überwundenen Schwierigkeiten leicht hinweghalf. Ich erinnere hier an die Art, wie er die während einer Altersstrecke, deren Sterblichkeit beobachtet wird, Eingetretenen behandelt, sowie an die Bedingungen, die er den nach der Sterbezeit abgegrenzten Gesamtheiten auferlegt. Sein Hauptverdienst auf theoretischem Gebiete ist wohl die überaus klare Darlegung der Eigenschaften der Sterblichkeitstafel. Dies Gebiet der einfachen mathematischen Deduktion lag dem Mathematiker Deparcieux bedeutend näher als die unbequeme Auseinandersetzung mit Naturthatsachen, welchen das passende mathematische Gewand erst noch anzumessen war. — Rühmlich ist auch die große Klarheit und Bestimmtheit, mit der Deparcieux von seinen Gedanken Rechenschaft giebt: es ist das ein Vorzug, den nur wenige der späteren Bearbeiter unseres Gegenstandes mit ihm teilen. Und gerade wegen seiner eignet sich Deparcieux trefflich zur Einführung in das Studium dieser Probleme. Das Verfolgen der vielseitigen von Deparcieux angeregten Gedanken, die wir kennen gelernt haben, hätte den Fortbildnern dieser Disziplin nur vom größten Nutzen sein können, — es ist von ihnen aber leider nicht für nötig erachtet worden.

Kapitel II.

Finlaison.

Die von Deparcieux so erfolgreich begonnene Sterblichkeitsmessung an solchem Material, das die Wanderung kontrollierte, fand ihre weitere Ausbildung zunächst in England; erst sehr spät, und unter dem Einfluß der Engländer, sind auch in anderen Ländern diese Untersuchungen aufgenommen worden. Es hängt das eng zusammen mit der Entwicklung der Lebensversicherung, denn das praktische Interesse der Versorgungsverträge ist fortan bestimmend für diese Forschungen. Während noch Deparcieux seine Betrachtungen außer auf Tontinenrentner auch auf andere geeignete Gesamtheiten, wie Klöster oder eine gewisse Summe von Familien, erstreckte, finden wir weiterhin nur noch an Versicherten diese Beobachtungen angestellt. Dieses Material hat ja für das Interesse des Versicherungstechnikers den doppelten Vorzug, daß es ihm einmal relativ leicht zugänglich ist, und sodann, daß es ihm qualitativ den besten Anhalt für seine Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen giebt.

In England wurde die erste Lebensversicherungsgesellschaft, die „Amicable Society", im Jahre 1706 durch Royal Charter mit Korporationsrechten ausgestattet. Sie erhob von allen Mitgliedern ohne Unterschied des Alters lebenslänglich den gleichen jährlichen Beitrag und leistete dafür beim Tod eines Mitgliedes gewisse von der Dauer der Mitgliedschaft unabhängige Zahlungen. Natürlich brachte dies System Ungerechtigkeiten mit sich, und es veranlaßte im Jahre 1762 die Gründung der Equitable Society, der ersten Gesellschaft, welche die Leistungen nach dem Alter in möglichst gerechter Weise abzustufen sich bestrebte. Dies Prinzip, fortan von allen neu entstehenden Versicherungsgesellschaften angenommen, gab den Antrieb zur fleißigen Erforschung der mit jedem Lebensalter zu verbindenden Lebenserwartung als der Grundlage der Rechnungen.

Die ältesten englischen Betrachtungen über Sterblichkeit stammen aus dem Ende des 17. Jahrhunderts, es sind die wohlbekannten Arbeiten von Petty, Graunt und Halley, sämtlich beruhend auf den Listen der auf gewissen Gebieten in gewissen Zeiträumen Geborenen und Gestorbenen, demnach auf der Vorstellung der stationären Bevölkerung. Auf eben dieser Grundlage beruhen auch die sämtlichen Leistungen des 18. Jahrhunderts. So die Untersuchung von Smart über die Sterblichkeit in London von 1738, an welcher Ths. Simpson 1742 die auffälligsten durch die Wanderung verursachten Fehler zu korrigieren suchte, ohne das Grundprinzip anzutasten; ferner die Sterblichkeitstafeln der Bevölkerungen von Northampton und Chester, die von Dr. Price in seinen 1771 zuerst erschienenen und mehrfach aufgelegten „Observations on Reversionary Payments" veröffentlicht und vielfach für Versicherungszwecke benutzt wurden. Alle diese Tafeln bieten für uns kein näheres Interesse mehr, nachdem von dem zur Abgrenzung

ihres Materials benutzten Merkmale der Sterbezeit bereits bei Deparcieux die Rede gewesen ist. Eine neue Methode zeigen die Untersuchungen über die Sterblichkeit in der Stadt Carlisle, die Joshua Milne in seinem „Treatise on Annuities and Assurance“ (London, 1815) veröffentlichte. Milne spricht sich sehr nachdrücklich gegen die Sterblichkeitsmessungen aus, die ausschließlich auf Sterbelisten beruhen, und gründet die seinigen auf 2 Volkszählungen, die in der Stadt Carlisle im Januar 1780 und im Dezember 1787 stattfanden, sowie auf die in den zwischenliegenden 9 Jahren vorgekommenen Todesfälle — beide Zählungen für 5-jährige Altersklassen ausgeführt. Dieses Material wurde nach ganz ähnlichen Prinzipien behandelt, wie sie noch heute für die Sterblichkeitsmessung auf Grund von Bevölkerungsmaterial maßgebend sind, — wenn auch Milne's theoretische Begründung dieser Behandlungsweise noch mangelhaft ist. Milne hat ausschließlich Bevölkerungsmaterial bearbeitet, und es scheiden deshalb seine sonst sehr beachtenswerten Erörterungen aus diesem Zusammenhange aus.

Die Versicherungspraxis hatte sich anfangs mit diesen Untersuchungen genügen lassen. Aber ihre Entwicklung unter der Konkurrenz der Gesellschaften mußte sie doch endlich nach Grundlagen suchen lassen, die nach Methode und Material ihrem speziellen Zwecke besser dienten. Den ersten Versuch dieser Art macht Chs. Brand, „Actuary“ der oben genannten „Amicable Society“, mit einem Buche: „Tables of Interest, Discount, Annuities etc.“ (London 1780). Er giebt dies Buch selbst für eine Erweiterung des Werkes von Smart aus; in einem Anhang fügt er eine Tafel der Lebenserwartung für die einzelnen Alter bei, die er abgeleitet hat aus den Erfahrungen an den 1706 bis 1777 verstorbenen Mitgliedern der „Amicable Society“. Alle näheren Angaben über die Art der Ableitung fehlen; es genügt indessen schon die eine, daß wir es mit einer Arbeit auf Grund allein von Sterbelisten zu thun haben, zu unserer Be- und Verurteilung derselben.

Wichtiger ist die nächstälteste Verwertung von Versicherungsmaterial, welche John Finlaison vorgenommen hat. Finlaison war ein Finanzbeamter, „Actuary of the National Debt“ nennt er sich, und hatte als solcher mit dem Pensionswesen, den Leibrenten-Anleihen und ähnlichen Geschäften zu thun, für deren Erfolg die menschliche Sterblichkeit maßgebend ist. Als ein selbständiger Geist begnügte er sich nicht damit, die wohl ausgetretenen Pfade seiner Amtsthätigkeit zu wandeln, sondern suchte sich auch eine möglichst umfassende Theorie aller jener Operationen zu bilden. Die reife Frucht seiner 20-jährigen Beschäftigung mit dem Gegenstande ist ein „Report on the Evidence and Elementary Facts on which the Tables of Life Annuities are founded“, welchen Bericht er seinen Vorgesetzten, den Lords Commissioners of the Treasury, einzureichen hatte, und welchen er später auf Parlamentsbeschluß vom 31. März 1829 gedruckt sah. Vorher bereits hatte er Gelegenheit, seine Erfahrungen der Oeffentlichkeit nutzbar zu machen, indem er aufgefordert wurde zu sachverständigen Gutachten bei den Entwürfen für gesetzliche Regelung des

Hilfskassenwesens unter den arbeitenden Klassen, die ein Parlamentsausschuß in den Jahren 1825 und 1827 machte. Diese „Reports from the select committee on the laws respecting friendly societies“ sind ebenfalls auf Parlamentsbeschluß gedruckt und enthalten unter manchen anderen für die frühe Geschichte der Sterblichkeitsmessung wichtigen Angaben auch von Finlaison theoretische Auslassungen nebst einer Sterblichkeitstafel für die Pensionäre des Chelsea and Greenwich Hospital[1]).

Finlaison besaß eine ziemlich umfassende Litteraturkenntnis: er erwähnt Arbeiten von Kersseboom, Deparcieux, Quetelet, sowie zahlreiche andere Untersuchungen der Sterblichkeit im Aus- und Inlande, und er übt daran eine verständige, sachgemäße Kritik; indes läßt dieselbe nicht erkennen, inwieweit er die unter den Engländern seiner und späterer Zeit ja so verbreitete Antipathie gegen das Erlernen fremder Sprachen teilte, und wie weit seine Kenntnis z. B. der wichtigen Theoretiker Kersseboom, Deparcieux und Quetelet über deren Tabellen hinausging. Jedenfalls bezieht er sich in seinen eigenen theoretischen Ausführungen nie auf sie, sondern giebt anscheinend eigene Gedanken.

Finlaison gehört zn denen, die in der Sterblichkeit ein Naturgesetz zu finden hoffen. „Die Frage ist“, so sagt er[2]), „ob das sogenannte „Gesetz der Sterblichkeit“, die Absterbeordnung, nichts mehr ist als ein bloßer Durchschnitt, wie ihn die Erfahrung an Brandunfällen und Schiffsverlusten liefert, oder ob es nicht in der That ein Naturgesetz ist, konstant wirkend unter gewissen bekannten Modifikationen, sich bethätigend mit unfehlbarer Genauigkeit in feststellbaren Abstufungen, und zugänglich der Auffindung und klaren Erkenntnis mittelst der Massenbeobachtung von Thatsachen, die genau die Wahrheit angiebt: die ganze Wahrheit, und nur die Wahrheit.“ Nun ist solch' exakte Beobachtung leider unmöglich; „in dieser wie in anderen physikalischen Untersuchungen hat der Experimentator die Unvollkommenheit seiner Instrumente zu beklagen.“ Da muß dann die Phantasie den stumpfen Sinnen nachhelfen: wie etwa der Physiker durch das Experiment nur annähernd feststellt, daß die Lichtintensität dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional ist, und trotzdem das Bestehen dieses mathematischen Verhältnisses unbedenklich annimmt, — ebenso muß auch derjenige, der über Sterblichkeit experimentiert, über die kleinen „Unregelmäßigkeiten“ des Resultates hinweg die große durchgehende „Gesetzmäßigkeit“ zu sehen vermögen.

Mit diesen theoretischen Anschauungen geht Finlaison an seine Aufgabe heran. Er zerlegt sie in die Beantwortung von fünf verschiedenen Fragen. Die erste davon hat er am sorgfältigsten behandelt; ihr Gegenstand ist:

I. Die Ermittelung der Sterblichkeit nach dem Alter auf Grund der Erfahrungen einer beliebigen Versicherungsgesellschaft.

1) 1. Report S. 127.
2) Finlaisons Report, S. 9.

Es handelt sich nach Finlaison darum, festzustellen, wie viele unter den sämtlichen Mitgliedern der Versicherungsgesellschaft ihr während eines bestimmten Zeitraumes (t_1 bis t_2) in je einer bestimmten Altersstrecke (x bis $(x + \Delta x)$) angehörten, und wie viele von ihnen starben. Um das zu ermitteln, muß man aus den Geschäftsbüchern der Versicherungsgesellschaft ausziehen [1]):

A) den Namen (und damit das Geschlecht) eines jeden, der der Gesellschaft zu einer bestimmten Zeit t_1 (z. B. 1. April 1799) angehörte, nebst seinem Alter zur Zeit t_1;

B) Namen (also Geschlecht) jedes später Eingetretenen, sein Alter beim Eintritt und das Datum desselben.

Die unter A) und B) genannten Auszüge liefern das Verzeichnis aller der Personen, die in die Beobachtung eingetreten sind. Bei jeder dieser Personen ist nun anzugeben, auf welche Weise sie aus der Beobachtung ausgetreten ist, d. h. es ist zu vermerken:

C) welche Personen am Ende der Beobachtungsfrist, zur Zeit t_2, den Bestand der Gesellschaft an Versicherten ausmachten;

D) welche Personen lebend aus der Gesellschaft ausgetreten sind, und an welchem Tage das geschehen ist;

E) welche Personen in der Beobachtungsfrist verstorben sind, und an welchem Datum jeder Todesfall eingetreten ist.

Ferner soll nach Finlaison noch jedesmal berechnet werden

F) die Zahl der Tage von dem Eintrittstage an rückwärts bis zur vorhergegangenen Wiederkehr des Kalendertages, auf den die Zeit t_1 fiel (z. B. wenn t_1 auf den 1. April 1799 früh 0 Uhr fiel, und jemand am 3. Mai 1805 eintrat, so sind bei seinem Namen 33 Tage zu vermerken).

Man sieht, die Daten unter A) bis E) sind diejenigen, welche notwendig und hinreichend sind, um jeden einzelnen Fall zu charakterisieren. Mit ihrer Hilfe kann man das gesamte Material in die graphische Darstellung übersetzen: man weiß genau, zu welcher Zeit und in welchem Alter jede Aufenthaltslinie beginnt, und bis zu welchem Punkte man dieselbe zu erstrecken hat, sowie welche Endpunkte Sterbepunkte sind.

Es ist diese Einsicht Finlaison's um so mehr anzuerkennen, da er sich hierin mit Absicht einen ganz allgemeinen Fall ausgedacht hat, während sein eigenes Material, die Erfahrungen an den Staatsrentnern, eine viel speziellere und einfachere Anordnung der Beobachtung ergiebt. Dessen ist er sich wohl bewußt. Bei den Staatstontinen und -leibrenten, so sagt er, braucht man dem einzelnen Namen nicht das Eintrittsdatum beizufügen, weil das für alle Personen der nämliche Tag und dieser bekannt ist; ebensowenig braucht man daher die unter F) genannte Angabe zu machen. Die unter dem Namen „Sinking Fund" errichtete Staats-Rentenanleihe datiert erst vom 1. Oktober 1808; man wird also ihre Erfahrungen nicht von einem beliebigen Zeitpunkt t_1 ihres Bestehens, sondern von ihrer Gründungszeit an

1) A. a. O. Seite 7.

berücksichtigen: dann fällt die unter A) genannte Angabe fort, weil kein Anfangsbestand von Versicherten vorhanden ist. — Ferner giebt keine einzige Staatstontine oder -leibrentenunternehmung Anlaß zu Vermerken der unter D) bezeichneten Art, weil die einmal erworbene Zugehörigkeit dazu ja nur Rechte verleiht und keine Pflichten auferlegt, also niemand diese Forderungsrechte aufgeben wird. Endlich kann es vorkommen, daß eine Tontinengesellschaft am Ende der Beobachtungszeit völlig ausgestorben ist: dann hat niemand die Zeit t_2 erlebt, es fällt der unter C) genannte Vermerk fort.

Wie nun aber auch in solchen speziellen Fällen die unter A) bis E) angegebenen Data in der Definition der zu beobachtenden Gesamtheit versteckt sein mögen, ihre Kenntnis wird von Finlaison mit Recht als unerläßlich für die Messung gefordert. Versicherungsanstalten und noch mehr die Staatsrentenunternehmungen können diese Angaben mit genügender Sicherheit liefern. Mögen sie auch hier und da einmal ungenau unterrichtet sein und zu Schätzungen greifen müssen, so sind doch diese unvermeidlichen Beobachtungsfehler im Material der Versicherungsanstalten — wie Finlaison mit Recht bemerkt — verschwindend gegenüber den Fehlern, die durch ungenaue Auszüge der verfügbaren genauen Daten oder durch Benutzung von anderem als Versicherungsmaterial entstehen. Ersteres geschehe z. B. bei Deparcieux dadurch, daß er keinen Einblick in das eigentliche Material habe und deshalb zu den Altersfiktionen greifen müsse: dadurch sei kein einziger Eintrag in seiner Tabelle genau das, als was er definiert sei. „Wenn man", so setzt Finlaison seine Darlegungen fort [1]), „behauptet, daß die so gelieferten unvollkommenen Data eine genügende Annäherung an die Wahrheit seien, falls nur die Zahl der Beobachteten sehr groß sei, so erlaube ich mir, zu erwägen zu geben, ob eine solche Behauptung nicht völlig unbeweisbar ist."

In dieser energischen Verwerfung der Fiktionen betreffs des Alters ist Finlaison erst in allerneuester Zeit, durch die 1883 veröffentlichten „Deutschen Sterblichkeits-Tafeln" [2]), wieder erreicht worden. Alle Sterblichkeitsmessungen, die in der Zwischenzeit angestellt sind, leiden an den von Finlaison gerügten Mängeln.

Noch ungenauer ist nach Finlaison das Verfahren, welches mittelst bevölkerungsstatistischen Materials die Sterblichkeit einer Bevölkerung in einem Zeitraume messen will. Das Problem ist hierbei dasselbe, welches im allgemeinen Falle bei dem Versicherungsmaterial vorliegt: den Aufnahmen des Bestandes an Versicherten zu den Zeiten t_1 und t_2 entsprechen dort die Volkszählungen zu Anfang und Ende der Beobachtungsfrist, dazwischen sind hier wie dort zu konstatieren Eintritte (durch Geburt oder Einwanderung), Austritte und Todesfälle, nach Datum und Alter. Nun wird erstens bei den Volkszählungen die Zahl der Vorhandenen ungenau festgestellt; zweitens sind sowohl bei den Volkszählungen wie bei den Sterbefällen die Altersangaben ungenau,

1) Seite 8.
2) Siehe unten Kapitel IX.

weil ja die Befragten keinerlei Interesse an der Richtigkeit derselben haben. Endlich über Aus- und Einwanderung fehlt jegliche Kontrolle. Man hat also keine einzige Art von Daten genau. Ein so mangelhaftes Material erscheint Finlaison gänzlich untauglich zur Auffindung des gesuchten Naturgesetzes. — Finlaison bekundet hiermit eine treffliche Einsicht in die Schwächen der Sterblichkeitsmessung an Bevölkerungsmaterial. Daß er in seinem Eifer für die exakte Fassung des Problems zu weit geht in der Herabsetzung der auf Schätzung beruhenden Messungen, darin zeigt er nur die natürliche Einseitigkeit dessen, der von einem neuen Gedanken erfaßt ist: er überschätzt dessen Tragweite.

Kann nun schon die Volkszählung in Verbindung mit den Sterberegistern keine befriedigenden Resultate liefern, so können das noch viel weniger die Sterberegister allein, wie man das fälschlich so lange geglaubt hat unter der Hypothese stationärer Bevölkerung. „Wer das für eine befriedigende Annäherung an die Wahrheit hält, der muß dabei eine besondere Wahrheit meinen, die nur in seinem Hirn existiert“ — meint Finlaison und glaubt mit dieser nicht eben gründlichen Abfertigung genug gethan zu haben.

Sehen wir das Problem in seiner von Finlaison gegebenen Fassung nun etwas genauer an, so finden wir, daß es sich von demjenigen, das Deparcieux bei den Tontinenrentnern vor sich sah, durch 3 wichtige Verallgemeinerungen unterscheidet, nämlich:

1) daß die in die Beobachtung Eintretenden nicht alle gleichzeitig, sondern zu beliebiger Zeit eintreten;
2) daß der Anfang der Beobachtung nicht mit dem Anfang des betr. Versicherungsunternehmens zusammenzufallen braucht, sondern beliebig liegen kann;
3) daß die einmal Eingetretenen nicht nur durch Tod oder durch Erleben der späteren Grenze der Beobachtungszeit aus der Beobachtung austreten können, sondern auch durch Abgang bei Lebzeiten.

Hiermit hat Finlaison das Problem, die Sterblichkeit einer Gesamtheit innerhalb eines Zeitraumes zu messen, in der denkbar allgemeinsten Form aufgestellt, und es blieb nun nur noch die Frage übrig, wie an den so definierten Erfahrungen die eigentliche Messungsarbeit auszuführen sei. Auch in ihrer Beantwortung hat Finlaison Erhebliches geleistet.

Wenn man die oben beschriebene Liste der sämtlichen während des beobachteten Zeitraumes Versicherten mit den Vermerken über die Art des Austrittes aus der Beobachtung hergestellt hat, so muß man diese Gesamtheit zuerst in 2 Hauptgruppen nach dem Geschlecht scheiden, darauf für jede Gruppe feststellen die Zahl derer, die in jedem Alter x bis $(x+1)$

A) am Anfang der Beobachtung vorhanden waren $\left({}^{x+1}_{x}V(t_1)\right)$;

B) während der Frist eintraten $\left({}^{x+1}_{x}I^{t_2}_{t_1}\right)$;

C) am Ende der Beobachtung vorhanden waren $\left({}^{x+1}_{x}V(t_2)\right)$;

D) während der Frist lebend austraten $\left({}^{x+1}_{x}E^{t_2}_{t_1}\right)$;

E) während der Frist verstarben $\left({}^{x+1}_{x}M^{t_2}_{t_1}\right)$;

ferner ist nach Finlaison zu berechnen

F) „die Summe der Zeit, welche die Neueingetretenen im Jahre ihres Eintrittes verloren haben“ (dies Jahr immer gerechnet von dem Datum, auf welches die Zeit t_1 fiel, in einem Kalenderjahre, bis zum vorhergehenden Tage im nächstfolgenden Kalenderjahre).

Mittelst dieser Daten läßt sich dann die Rechnung durchführen; wie, dafür hat Finlaison ein ausführliches Beispiel mitgeteilt, welches ich, soweit erforderlich, im Anhang wiedergebe [1]). Die Zahlen desselben sind nicht etwa den Erfahrungen einer Versicherungsgesellschaft entnommen, sondern ganz willkürlich gegriffen, nur um den von Finlaison konstruierten allgemeinsten Fall zu erläutern. Zum Verständnis der Tabelle diene folgendes. Das nächste Ziel der Rechnung ist die Ermittelung derjenigen, welche die in der 7. Zeile angegebenen Alter erfüllen und — was in der Praxis stets als gleichbedeutend gilt — überschreiten. Als Zahl der Erfüllungen des Alters x gilt die Größe:

$$V(x)^{t_2}_{t_1} = {}^{x+1}_{10}V(t_1) + {}^{x+1}_{10}I^{t_2}_{t_1} - \left\{{}^{x}_{10}V(t_2) + {}^{x}_{10}E^{t_2}_{t_1} + {}^{x}_{10}M^{t_2}_{t_1}\right\}.$$

Die Zahl 10 erscheint hier als Index der unteren Altersgrenze, weil Finlaison annimmt, es seien vor vollendetem 10. Lebensjahr keine Mitglieder in die Gesamtheit aufgenommen. — In der Tabelle ist der numerische Wert des Minuendus in Zeile 11 unter der Spaltenüberschrift x, der des Subtrahendus in Zeile 6 unter der Ueberschrift $(x - 1)$, der der Differenz in Zeile 13 unter der Ueberschrift x verzeichnet. Die Herkunft dieser Zahlen ist aus der Tabelle selbst verständlich.

Somit ist nach Finlaison die Zahl der Ueberschreitungen des Alters x während der Beobachtungszeit gleich: der Summe aller jünger als $(x + 1)$ Jahre in die Gesamtheit Eingetretenen, vermindert um die Summe aller jünger als x Jahre aus der Gesamtheit Ausgetretenen.

An dieser Stelle der Darlegung sehen wir zuerst Finlaison über die Schwierigkeit der Aufgabe, die er bis dahin so klar überschaut, straucheln und damit in die große Schar derer sich einreihen, welche Verworrenheiten über das Problem der Sterblichkeitsmessung gedacht und leider auch geschrieben haben. Die Zahl der Ueberschreitungen des Alters x ist nicht diejenige, welche Finlaison angiebt; sie ist es nur dann, wenn die zur Zeit t_1 vorhandenen x- bis $(x + 1)$-jährigen genau x Jahre alt waren zur Zeit t_1, und wenn ferner alle x- bis

1) Siehe I. Anhang No. 2.

$(x+1)$-jährig Eingetretenen genau x-jährig eintraten. Dem ist in einem allgemeinen Fall, um den es ja Finlaison zu thun ist, aber nicht so. Finlaison zeigt, indem er hier plötzlich einen ganz speziellen Fall annimmt, daß er die allgemeine Behandlungsweise des Problems, die er so glücklich begonnen, nicht durchzuführen vermag. Dunkel wird er sich auch selbst der eingeführten Voraussetzung wenigstens bezüglich der Eingetretenen bewußt, indem er behauptet, man müsse annehmen, sie seien am 1. April, d. h. am Jahrestag des angenommenen Beginns der Beobachtung eingetreten. Daran ist anzuerkennen eben das Bewußtsein der Bedingtheit dieser Deduktionen; im übrigen ist es eine grobe Verwechslung von vollen Altersjahren mit vollen Zeitjahren. Im Verfolg dieser eingeführten Voraussetzung erwägt Finlaison: daß in Wahrheit die Neueingetretenen jedes Jahres (vom 1. April bis 31. März) nicht alle am 1. April eingetreten sind, sondern zu ganz beliebigen Daten dieses Jahres. Deshalb, so meint er, muß man diejenige Zeit des Eintrittsjahres (in der auf der vorigen Seite mitgeteilten Aufzählung der erforderlichen Urdata unter F) genannt), während der sie noch nicht versichert waren (die also im ganzen etwa halb so viele Jahre betrug, als Personen da waren) — diese Zeitsumme, in Jahren ausgedrückt (siehe Zeile 14 der Tabelle), muß man von der Zahl der vorher berechneten Ueberschreitungen des Alters x abziehen, um die Zahl derer zu erhalten, die wirklich während des Altersjahres x bis $(x+1)$ unter der Sterbensgefahr gestanden haben (Zeile 15).

Was nun diese eigentümliche Operation bedeutet, wie man nicht unter Beobachtung verlebte Zeit von beobachteten Personen abziehen kann, darüber läßt sich Finlaison mit keinem Worte aus, sondern sagt kurzweg: so und nicht anders erhält man die genaue Zahl, die man braucht. Wir haben hier die rein instinktmäßige Ahnung vor uns, daß nicht die in einer Altersstrecke beobachteten Personen, sondern die von ihnen verlebte Zeit den Nenner des Sterblichkeitsquotienten zu bilden habe. Hat man sich über dies Prinzip einmal geeinigt, so muß man allerdings für die Neueingetretenen einen Abzug machen. Und zwar numerisch, nicht begrifflich, genau den Abzug, den Finlaison macht. Finlaison will abziehen, was den Neueingetretenen an verlebten vollen Zeitjahren mangelt; zur Ermittelung der in der einjährigen Altersstrecke verlebten Zeit muß man abziehen, was an verlebten vollen Altersjahren mangelt. Beides braucht keineswegs identisch zu sein, indessen ergiebt die Schätzung beidemal halb so viele Jahre, als Neueingetretene vorhanden sind. So ist Finlaison dank einem glücklichen Zufall — anders kann man es nicht nennen — vermöge jenes Abzuges dem Richtigen bedeutend näher gekommen.

Man sollte meinen, nachdem Finlaison nun „die genaue Zahl derer, die während des Altersjahres der Sterbensgefahr ausgesetzt waren“ [1]), nach seiner Meinung bestimmt hat, und desgleichen die Zahl derer, die während des Jahres verstorben waren, hätte er in dem Quotienten beider die Sterblichkeit dieses Alters gesehen, dieselbe also für das Alter 10 bis

1) Siehe I. Anhang Nr. 2, Zeile 15.

11 z. B. zu $\frac{4}{5^5}$ angegeben. Das wäre wenigstens eine vernünftige Näherung gewesen. Statt dessen nimmt er an den Zahlen der beiden vorletzten Zeilen noch eine Korrektur vor, die alle früheren Erwägungen über den Haufen wirft und in der eine Spur richtiger Gedanken zu entdecken äußerst schwer ist. Er sagt[1]): „die in den Zeilen *A.* bis *E.* Gezählten waren nicht genau 10, 11, 12 u. s. w. Jahre alt, sondern durchschnittlich $10\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$, $12\frac{1}{2}$ u. s. w.“ Dies ist für jede der Gruppen *A*, *B* . . . *E* noch ganz richtig. Wenn aber Finlaison fortfährt: „demnach sind die Zahlen der Zeile 15 (55, 172 u. s. w.) die Erfüllungen der Alter $10\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$ u. s. w., und die Zahlen der Zeile 16 die von ihnen während eines Jahres, also im Alter $10\frac{1}{2}$ bis $11\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$ bis $12\frac{1}{2}$ u. s. w. Verstorbenen“, so wird sein Gedankengang gänzlich unverständlich. Die Zahlen in der Zeile 15 sind die auf irgend eine der drei möglichen Weisen in die betr. Altersstrecke Eingetretenen: ${}^{x+1}_{x}V(t_1) + {}^{x+1}_{x}I^{t_2}_{t_1} + V(x)^{t_2}_{t_1}$, vermindert um die Hälfte der Neueingetretenen $\left(\frac{1}{2} \cdot {}^{x+1}_{x}I^{t_2}_{t_1}\right)$; mit den Erfüllungen der Alter $10\frac{1}{2}$, $11\frac{1}{2}$ u. s. w. haben sie gar nichts zu thun. Die Zahlen der Zeile 16 ferner sind ausdrücklich als die zwischen x und $(x+1)$ Verstorbenen definiert, nicht als die zwischen $(x+\frac{1}{2})$ und $(x+\frac{3}{2})$ vorgefallenen Todesfälle.

Weiter sagt Finlaison: „die Sterblichkeit zwischen 11 und 12 Jahren, die auf diese Weise unbekannt bleibe, werde gefunden, indem man die (55) Erfüllungen des Alters $10\frac{1}{2}$ und die (172) des Alters $11\frac{1}{2}$, desgl. die 4 Todesfälle des Alters $10\frac{1}{2}$ bis $11\frac{1}{2}$ und die 4 des Alters $11\frac{1}{2}$ bis $12\frac{1}{2}$ addiere und darauf die letztere Summe durch die erstere dividiere. Nehmen wir einmal an, daß die Erfüllungen der Alter $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$ wirklich gezählt seien, so ist ihre halbe Summe eine Schätzung der zwischen diesen Altern verlebten Jahre, unter der Voraussetzung, daß die Zahl der Erfüllungen der Alter von $10\frac{1}{2}$ bis $11\frac{1}{2}$ proportional dem Alter zu- oder abgenommen habe. Ferner ist die halbe Summe der Todesfälle zwischen 10 und 12 eine Schätzung derjenigen zwischen $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$. Also ist das Verhältnis dieser halben Summe der Todesfälle zur halben Summe der Erfüllungen der Alter $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$ schätzungsweise die Sterblichkeit zwischen $10\frac{1}{2}$ und $11\frac{1}{2}$. Finlaison aber sieht dies Verhältnis für die Sterblichkeit des Alters 11 bis 12 an, und setzt hinzu, das sei ja so klar, daß man kein Wort darüber zu verlieren brauche — eine Bemerkung, die hier, wie so häufig, zur Beruhigung des Gewissens bei einer Beweisführung höchst zweifelhaften Wertes dienen muß.

Alle die Ausführungen Finlaison's über die Korrekturen, die man an den nach Maßgabe seiner Mustertabelle gefundenen Zahlen der Lebenden eines jeden Alters anzubringen habe, sind so haltlos und arm an richtigen Gedanken, daß es leeres Stroh dreschen hieße, wollte man ihnen weiter nachgehen.

1) A. a. O. Seite 12 unten.

Die im Vorhergehenden allgemein dargelegte Theorie hat Finlaison in die Praxis übersetzt in zahlreichen Untersuchungen, denen wir uns nunmehr zuwenden.

An 7 nach der Zugehörigkeit zu gewissen Rentnergesellschaften verschiedenen Gruppen von Menschen hat Finlaison die Sterblichkeit gemessen, 6 davon sind noch wieder nach dem Geschlecht geteilt, so daß eigentlich 13 verschiedene Urbeobachtungen vorliegen.

Die 7 Hauptgruppen sind:

1) die Angehörigen der „English Tontine“ von 1693, 1002 Personen, sämtlich zur Zeit der Untersuchung (1825) natürlich längst verstorben;
2) die Berechtigten aus verschiedenen mit der Staatsschatzverwaltung in den Jahren von 1745 bis 1779 abgeschlossenen Leibrentenverträgen; 2552 Personen; Abschluß der Beobachtung Januar 1826;
3) die Beteiligten an 3 „Irish Tontines“ von den Jahren 1773, 1775, 1778; Schluß der Beobachtung Januar 1826.

Die beiden nächsten Gruppen umfassen Angehörige der „Great English Tontine“ von 1789. Dieser Tontine erging es eigentümlich. Sie war auf eine sehr große Teilnehmerzahl, etwa 10000, veranlagt, es wurde aber nur auf 3518 Rentenbezugsrechte subskribiert. Um die Sicherheit der Berechnungen nun nicht zu stören, wählte die Regierung durch das Loos noch 4831 Leben dazu, für die sie selbst fiktiv die Kapitalzahlung machte und später die Renten empfing — sie spielte gleichsam die nicht verkauften Loose der großen Lotterie auf eigene Rechnung. Demnach scheidet Finlaison:

4) Subskribenten der großen Tontine von 1789: 3518 Personen; Schluß der Beobachtung Januar 1826;
5) von der Finanzverwaltung durch das Loos erwählte, nominell an dieser Tontine Beteiligte: 4831 an der Zahl; Schluß der Beobachtung Januar 1826.

Ferner beobachtete Finlaison:

6) Berechtigte aus Leibrentenverträgen, die von 1808 ab bis zum Schluß der Beobachtung, Januar 1826, mit der Regierung abgeschlossen waren, und deren Erfüllung dem sogenannten „Sinking Fund“ überwiesen war. Dies waren 6892 Personen.

Diese 6 Beobachtungen sind in dem genannten „Report“ von 1829 veröffentlicht und ganz nach den zuvor angegebenen allgemein gültigen Prinzipien bearbeitet. Nicht ganz ist das der Fall bei der ältesten, im „Report from the select committee on the laws respecting friendly societies“ von 1825 (S. 127) veröffentlichten Beobachtung, welche enthält

7) diejenigen Leute, welche in der Zeit vom 31. Dezember 1813 bis zum 1. Juli 1821 in die „Out Pension List of Chelsea“ [1])

1) D. h. in die Liste derjenigen Personen, die vom Chelsea-Hospital Unterstützungen empfingen.

eingetragen sind, beobachtet während eben jener Zeit, vom 31. Dezember 1813 bis 1. Juli 1821. Zahl der Personen: 52 682.

Die letztgenannte Beobachtung entbehrt leider aller Erläuterungen und ist nur in Gestalt einer nicht aus sich selbst verständlichen Tafel gegeben. Ueber die Herstellung der erstgenannten 6 Tafeln dagegen erhalten wir die folgende genaue Auskunft[1]).

Finlaison machte sich für jede der 6 Gruppen den oben schon beschriebenen Auszug aus den Geschäftsbüchern, in welchem er die sämtlichen Namen verzeichnete. Darauf teilte er die Gruppe nach dem Geschlecht in 2 Abteilungen, die er beide in gleicher Weise behandelte, und zwar so, daß er jedem Namen die oben[2]) unter A) bis E) genannten Vermerke hinzufügte, soweit sie nicht schon durch die Definition der Gesamtheit für alle Mitglieder derselben bekannt waren, wie das Eintrittsdatum der Tontinenrentner u. dgl. Hierauf nahm er eine Reduktion des Materials vor, deren Notwendigkeit bei allen späteren Beobachtungen an Versicherungsmaterial wiederkehrt und die wir deshalb gleich hier besprechen wollen. Es kommt nämlich vor, daß die nämliche Person mehrere Anrechte auf Tontinenrenten (mehrere Versicherungspolicen) besitzt. Würde man nun die Erfahrungen an den Policen registrieren, so würden die Erfahrungen an je einer mehrfach gezählten nämlichen Person zu viel Gewicht in dem Gesamtresultat erlangen. Man fragt ja nicht nach der Sterblichkeit von Policen, sondern nach der von Personen. Demnach ist die Erfahrung an der nämlichen Person nur einmal zu registrieren, d. h. die übrigen über sie notierten Daten sind außer Acht zu lassen. Konstatiert wird das Zugrundeliegen einer Person für mehrere Erfahrungen bei Finlaison durch die Uebereinstimmung des Namens und von Art, Alter und Datum des Austrittes aus der Beobachtung. Da es höchst unwahrscheinlich ist, daß zwei Leute genau denselben Namen haben und an genau dem nämlichen Tage und in genau dem nämlichen Alter sterben, oder am Endtermin der Beobachtung lebend verbleiben, so ist kaum anzunehmen, daß auf diese Weise zwei Personen nur als e i n e gezählt werden; andererseits werden, da bei Finlaison's Material nur auf diese zwei Weisen aus der Beobachtung ausgetreten werden kann, keine mehrfachen Beobachtungen an der nämlichen Person dieser Zusammenziehung entgehen.

Eine andere Korrektur machten die zuweilen vorkommenden Unsicherheiten über das Alter nötig: mit solchen behaftete Beobachtungen wurden stets völlig außer Rechnung gelassen. – Ein Ausschluß von Beobachtungen, die nach der Definition der Gesamtheit zu dieser gehören, ist stets prinzipiell wichtig, weil er ja das Bestehen der oben (S. 18 u. 19) erörterten wichtigen Wahrscheinlichkeitsbeziehungen gefährden könnte. In unserem Falle nun liegt kein Grund vor, durch den Ausschluß das Verhältnis von verlebter Zeit und Todesfällen in dem Rest für erheblich verändert zu halten, weil ja das Merkmal des Ausschlusses bezüglich dessen völlig indifferent ist. Folglich ist wahr-

1) A. a. O. Seite 11.
2) Siehe oben S. 26.

scheinlich, daß die Sterblichkeit der restierenden annähernd gleich sein wird derjenigen der totalen Gesamtheit. Es ist sogar wahrscheinlicher, auf diesem Wege die letztere Sterblichkeit zu finden, als wenn man die Fälle mit unsicheren Altersangaben mit in Betracht zöge.

In diesen beiden wie in allen Maßregeln zur Aufbereitung des Urmaterials zeigt Finlaison sich sehr umsichtig.

Aus den so abgeänderten Urlisten findet Finlaison nun durch Zählung die Daten, die er für seine Tabellen braucht. Ich will das an einem Beispiel erläutern und wähle dazu den Anfang der für die 6. Gruppe aufgestellten Tafel [1]).

Die hier beobachtete Gesamtheit unterscheidet sich von dem oben (S. 28 u. 29) behandelten allgemeinen Fall dadurch, daß 1) kein Bestand (A) zu Anfang der Beobachtung, d. h. zu Anfang 1808, vorhanden war, und daß 2) keine Austritte zu Lebzeiten (D) stattfanden. Die übrigen nach Finlaison notwendigen Data finden sich in den Spalten 2, 3, 4, 6. Mit ihrer Hilfe vollzieht sich die Rechnung ganz nach dem obigen (Seite 29) Schema, in welchem man nur die Größen ${}^{x+1}_{10}V(t_1)$ und ${}^{x}_{10}E^{t_2}_{t_1} = 0$ zu setzen und den Altersindex 10 durch 23 zu ersetzen hat:

$$ {}^{x+1}_{23}I^{t_2}_{t_1} - \left({}^{x}_{23}V(t_2) + {}^{x}_{23}M^{t_2}_{t_1}\right) = V(x)^{t_2}_{t_1} $$

Die Zahlen $V(x)^{t_2}_{t_1}$ finden sich in Spalte 5.

Spalte 6 enthält dann das Datum F), d. h. die Summe der Jahresbruchteile, welche zwischen den Eintritten und je dem vorhergehenden Jahrestag des Beginnes der Beobachtung (d. i. der 1. Oktober) verstrichen sind. Aus den oft bedeutenden Abweichungen dieser Zahlen von den Hälften der Eingetretenen (z. B. bei den Altern 32. 35, 37, 38) sieht man, daß der gewissenhafte Finlaison diese Zahlen nicht geschätzt, sondern wirklich durch Addition gefunden und dann auf ganze Jahre abgerundet hat.

In Spalte 7 ist die Differenz der Spalten 5 und 6 gegeben, d. h. diejenige Anzahl, welche nach Finlaison während des Altersjahres wirklich der Sterbensgefahr ausgesetzt war. — Spalte 8 enthält dann die höchst thörichte Korrektur dieser Zahl, die oben (Seite 31) besprochen ist und aus der Annahme hervorgeht, daß z. B. laut Spalte 7 die im Alter 23—24 verzeichnete Zahl 1 die Erfüllungen des Alters $23\frac{1}{2}$ angebe, die Zahl 2 die Erfüllungen des Alters $24\frac{1}{2}$, daß also der Erfüllungen des Alters 24 ${}^{1+2}_{2}$ seien: das Doppelte dieser Zahl ist in Spalte 8 eingetragen. Die halbe Summe der Todesfälle in den Altern 23—24 und 24—25 gilt als Zahl der Todesfälle zwischen 24 und 25, und die ganze Summe subtrahiert von Spalte 8 giebt Spalte 9.

Die Sterblichkeit μ eines jeden Alters berechnet Finlaison nach der Formel

$$ \mu = \frac{\text{Sp. 8} - \text{Sp. 9}}{\text{Sp. 8}} $$

1) Siehe I. Anhang, Nr. 3.

In ganz derselben Weise sind die übrigen Tafeln konstruiert, nur sind sie noch einfacher, indem das eine oder andere Datum fortfällt, so bei den Tontinen die Spalte 6 wegen des gleichzeitigen Eintrittes aller, u. s. w.

Alle diese Tafeln teilen die Vorzüge und Mängel der oben entwickelten allgemeinen Theorie. Sie haben einen dauernden Wert wegen der höchst gewissenhaften, von jeder Fiktion freien Sammlung der Urdata, also in dem vorliegenden Beispiele der Spalten 2, 3, 4. Finlaison selbst aber hat sich dieses Vorteiles verlustig gemacht und alle die endlose Mühe und Gewissenhaftigkeit vergeblich aufgewandt, da er die Berechnung der Sterblichkeit aus diesen Daten so völlig verfehlt. Seine Sterblichkeitssätze sind wertlos. Indessen würde es sehr wohl möglich sein, vermöge der mitgeteilten trefflichen Urdaten die wahre Sterblichkeit jener Gesamtheiten zu berechnen, und das wäre nicht uninteressant angesichts der Größe des Materials. Jene 6 Tafeln umfassen im ganzen

9 347 Männer
13 005 Weiber
22 352 Personen.

Es erübrigen noch wenige Worte über die an letzter Stelle namhaft gemachte Tafel Finlaisons, deren Anfang ich mitteile [1]). Diese Tafel zeichnet sich dadurch aus, daß sie auch den Fall des Austrittes aus der Beobachtung bei Lebzeiten enthält. Die ersten 5 Spalten sind durch ihre Ueberschriften erklärt. Auch was Spalte 6 enthalten soll, erhellt aus der Ueberschrift. Unverständlich aber bleibt es, wie die Spalte 6 aus jenen ersteren abgeleitet wurde, trotzdem daß Finlaison behauptet, diese Zahlen ergäben sich „mit Notwendigkeit“ aus denen der vorhergehenden Spalten. Man mag alle seine an andrer Stelle entwickelten Theorieen auf diesen Fall anwenden — die Brücke zwischen Spalte 2 bis 5 und Spalte 6 ergiebt sich daraus nicht. Man kann höchstens Annäherungsformeln auffinden. Was Finlaison sich bei jener „notwendigen“ Ableitung gedacht hat, bleibt dunkel, und es ist zu argwöhnen, daß es mit dieser Notwendigkeit ähnlich bestellt sei, wie mit der „Zweifellosigkeit“ der früher erwähnten Berechnung der Alterserfüllungen. Die gewiß sehr intrikaten Rechenkunststücke, die Finlaison bei jener Ableitung angewandt hat, sind sein Geheimnis geblieben. Wir haben nur zu konstatieren, daß sie ihr Ziel verfehlten, daß sie keine vernünftige Schätzung der verlebten Zeit lieferten.

Für jede der 6 Tafeln im „Report“ von 1829 hat Finlaison die Sterblichkeitssätze der einzelnen Alter in doppelter Weise ausgerechnet, einmal so, wie sie sich unmittelbar aus seinen Zahlen der zusammengehörigen Lebenden und Verstorbenen ergeben, und sodann mit einem „adjustment“, d. h. mit einer Korrektur, welche die gewünschte größere „Regelmäßigkeit“ herstellen, das vermutete „Naturgesetz“ gleichsam erraten soll. Auch Deparcieux hatte schon eine solche Korrektur versucht, aber bei ihm giebt sie sich noch ungeschminkt

1) Siehe I. Anhang, Nr. 4.

als das, was sie stets ist, als eine willkürliche Verteilung der Differenzen der einzelnen Sterblichkeitssätze behufs Verringerung der Verschiedenheiten der Abstände, die das persönliche Mißfallen des betr. Kalkulators erregen. Bei Finlaison aber und bei allen Späteren kleidet sich diese Befriedigung des persönlichen Schönheitssinnes, wenn ich so sagen darf, in das faltenreiche Gewand einer langen algebraischen Formel, welche den Anschein erweckt, als sei ihre Anwendung in der Natur der Sache begründet. Es wäre sehr förderlich für die Sterblichkeitsmessung gewesen, wenn die Zeit und Mühe, welche auf die Herstellung solcher Korrektionsformeln verwandt sind, der logischen Behandlung des Urmaterials, der Begründung einer vernünftigen Theorie der Sterblichkeitsmessung gewidmet wären.

Nachdem wir nunmehr die Antwort kennen gelernt haben, welche Finlaison auf die erste Hauptfrage, die nach der Technik der Sterblichkeitsmessung am Material einer Versicherungsgesellschaft, gegeben hat, bleibt uns nur noch wenig über die anderen 4 Fragen, die er aufwirft, hinzuzusetzen. Sie handeln:

II. Ueber den Einfluß verschiedener Definitionsmerkmale der Beobachtungsgesamtheiten auf deren Sterblichkeit.

Finlaison fragt, inwieweit seine Ergebnisse, von deren formaler Unanfechtbarkeit er natürlich überzeugt ist, auch für andere Gesamtheiten gelten mögen, die von den beobachteten abweichen bezüglich des Wohnortes, der Zeit ihres Lebens, des Wohlstandes; endlich ob die beiden Geschlechter ceteris paribus eine erheblich verschiedene Sterblichkeit aufweisen.

Die Frage nach dem Einfluß der Oertlichkeit beantwortet Finlaison dahin, daß seine Beobachtungen sich über ganz Großbritannien erstreckten, und zwar über Stadt und Land, daß sein Beobachtungsmaterial eine Stichprobe aus dem ganzen englischen Volk sei. Für Großbritannien möge also die gefundene Sterblichkeit wohl allgemein gelten. Daß aber das nämliche „Gesetz der Sterblichkeit“ auch in anderen Ländern oder Klimaten herrsche, das sei von vornherein unwahrscheinlich, und müsse erst durch den Versuch erwiesen werden.

Daß das „Gesetz der Sterblichkeit“ nicht für alle Zeit konstant sei, das beweise seine eigene Arbeit: die verschiedenen Untersuchungen zeigten eine beständige Verringerung der Sterblichkeit des nämlichen Alters mit der Zeit, welche Verringerung wohl dem Fortschritt der ärztlichen Kunst und der Hygiene zuzuschreiben sei.

Dem Wohlstand meint Finlaison keinen erheblichen Einfluß auf die Sterblichkeit zuerkennen zu sollen, und das deshalb, weil das Ergebnis seiner Erhebungen, die doch vornehmlich Wohlhabende betrafen,

nicht beträchtlich abweiche von Milnes Beobachtung der Bevölkerung von Carlisle, die doch, wie jede Bevölkerung, meist arme Leute umfasse. Dies Argument kann Eindruck nur auf den machen, der die Mangelhaftigkeit der Sterblichkeitsberechnung bei Finlaison nicht erkannt hat: wir wissen, daß seine Sterblichkeitszahlen wenig Beweiskraft haben. — In Uebereinstimmung mit dieser seiner Anschauung empfahl Finlaison auch, seine Rentner-Erfahrungen den Berechnungen der Friendly Societies zu Grunde zu legen!

Daß endlich die beiden Geschlechter verschiedene Sterblichkeit zeigten, sei sowohl durch die älteren bevölkerungsstatistischen als auch durch Finlaisons eigene Untersuchungen völlig erwiesen, und es folge daraus, daß Sterblichkeitsbeobachtungen ohne Unterscheidung des Geschlechtes ganz wertlos seien, weil sie gar keinen Anhalt böten für die Sterblichkeit eines jeden Geschlechtes.

In all' diesen Erwägungen zeigt sich uns Finlaison wieder von seiner vorteilhaften Seite. Etwas rätselhaft wird dadurch nur, was er sich eigentlich unter dem „konstanten Naturgesetz der Sterblichkeit" denkt, da er doch konstatiert, daß die Sterblichkeit unter anderen Umständen jedesmal eine andere ist. Er wird offenbar von dem hochtönenden Wort Naturgesetz beherrscht, wie eben viele Leute sich von einer Phrase, einem Schlagwort beherrschen lassen, dessen Wesen ja gerade darin besteht, daß man dabei nicht genau das denkt, was es eigentlich sagt.

Bilden wir uns ein Schlußurteil über Finlaison, so müssen wir vor allem als ein großes Verdienst anerkennen die unübertroffene Klarheit in der Formulierung des Problems, die Sterblichkeit einer bestimmten Gesamtheit zwischen zwei Zeitgrenzen zu messen. Nachdem wir bei Deparcieux noch eine so ängstliche Enge der Auffassung gefunden haben, wirkt es einigermaßen überraschend, ohne irgend ein Bindeglied bei Finlaison der allgemeinsten Darstellung des Problems zu begegnen, die überhaupt denkbar ist. Von Finlaison an ist das Problem der Messung bei allen unseren Autoren mit geringen Ausnahmen das nämliche geblieben. Deshalb haben wir sein erstes Auftauchen bei Finlaison so eingehend besprochen. Es ist sehr auffällig, wie derselbe Mann, der das Problem so meisterhaft zu erfassen wußte, in der weiteren Behandlung desselben, in der Messung der Sterblichkeit für die einzelnen Alter, so völlig Schiffbruch litt. Er ist darin das Widerspiel zu seinem Vorgänger Deparcieux: dieser wußte das Beobachtungsmaterial nicht in seiner natürlichen, sondern nur in einer durch Fiktionen verzerrten Gestalt zu erfassen, blieb sich aber innerhalb seiner Fiktionen konsequent, — Finlaison dagegen verabscheut jegliche solche Verzerrung, weiß aber doch das Material in seiner natürlichen Gestalt nicht zu behandeln. Sehr lange hat es gedauert, bis man gelernt hat, den einen dieser Fehler zu vermeiden, ohne in den anderen zu verfallen.

Es mag an dieser Stelle noch erwähnt werden, daß die Bearbeitung des englischen Leibrenten- und Tontinenmaterials, die John Fin-

laison begonnen, in genau der nämlichen Weise fortgesetzt ist von A. G. Finlaison [1]). Man wird daher für etwaige materielle Vergleichungen der Sterblichkeit die nötigen Urdaten besser, weil in größerer Menge, dem Werke des letzteren entnehmen. Es erstrecken sich die Beobachtungen A. G. Finlaisons auf

11 154 eingetretene Männer, von denen 8083 starben [2]),
16 538 „ Frauen, „ „ 10982 „; [3]).

1) Report on the Mortality of the Government Annuitants by Alexander Glen Finlaison. 1860. 8^0.
2) A. a. O. p. 139.
3) Ibid. p. 143.

Anhang I.

No. 1.

Aus: Deparcieux, Essai sur les

Table VI. Mortalité réelle des Rentiers de la

Ages	*A* Première Classe		*B* Seconde Classe		*C* Troisième Classe		*D* Quatrième Classe		*E* Cinquième Classe		*F* Sixième Classe	
	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge
1												
2												
3		202										
4	3											
5	2											
	4											
6												
7	3	190		292								
8	4		2									
9	1		4									
10	0		2									
	3		7									
11												
12	1	181	5	272		297						
13	2		3		1							
14	3		4		0							
15	2		1		1							
	0		2		3							
16												
17	1	173	4	258	3	289		287				
18	2		2		1		1					
19	1		3		1		4					
20	2		1		5		5					
	1		2		1		4					
21												
22	1	166	2	248	2	279	7	266		249		
23	3		2		2		6		0			
24	3		2		2		1		0			
25	2		1		2		3		2			
	0		1		2		1		3			
26												
27	2	156	3	239	2	269	3	252	4	240		316
28	1		1		2		0		2		3	
29	2		2		4		1		1		4	
30	3		2		1		1		3		5	
	1		3		4		2		0		4	
31												
32	1	148	2	229	4	254	2	246	1	233	4	296
33	3		2		3		4		0		2	
34	1		2		1		1		2		2	
35	2		2		3		2		1		3	
	2		2		2		3		2		0	
36												
37	4	136	1	220	2	243	2	234	1	227	3	286
38	4		7		2		1		2		2	
39	2		5		6		2		3		1	
40	2		3		3		1		2		1	
	1		3		3		1		1		2	

1) Bei diesem Abdruck sind von der Originaltafel fortgelassen: 1. sämtliche Bejenseits des fictiven 82. Lebensjahres.

(Zu Seite 4.)

probabilités etc. Paris 1746 [1]).
première Tontine, créée au mois de Novembre 1689.

G Septième Classe		*H* Huitième Classe		*I* Neuvième Classe		*K* Dixième Classe		*L* Onzième Classe		*M* Douzième Classe		Ages
Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	
												1
												2
												3
												4
												5
												6
												7
												8
												9
												10
												11
												12
												13
												14
												15
												16
												17
												18
												19
												20
												21
												22
												23
												24
												25
												26
												27
												28
												29
												30
	603											31
6												32
1												33
6												34
6												35
14	570		519									36
4		3										37
6		2										38
3		4										39
1		5										40

obachtungen der 13. und 14. Klasse; 2. von den übrigen Klassen die Beobachtungen

(Fort-

Ages	*A* Première Classe		*B* Seconde Classe		*C* Troisième Classe		*D* Quatrième Classe		*E* Cinquième Classe		*F* Sixième Classe	
	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge
41												
42	1	126	5	197	2	227	1	228	5	214	1	279
43	2		5		3		3		4		3	
44	1		3		2		1		3		3	
45	2		3		3		1		2		4	
	1		3		3		3		4		2	
46	2	118	2	181	4	211	4	216	0	201	4	263
47	2		2		4		6		1		4	
48	1		3		3		6		2		2	
49	2		1		3		3		2		4	
50	2		2		4		3		2		1	
51	2	109	0	173	5	192	2	196	5	189	3	249
52	1		3		4		3		6		3	
53	1		7		6		3		5		5	
54	2		5		5		4		3		5	
55		105	5		5		3		4		3	
56			4	149	6	166	3	180	4	167	8	225
57			4		4		4		3		12	
58			3	142	4		4		4		8	
59					7		6		4		8	
60					5		5		3		7	
61					5	141	3	158	1	152	7	183
62					5		3		2		7	
63					3	133	5		4		8	
64							5		7		5	
65							6		3		8	
66							6	133	5	131	10	145
67							6		8		3	
68							3	124	5		3	
69									1		6	
70									7		10	
71									8	102	9	114
72									9		7	
73									7	86	5	
74											10	
75											7	
76											10	75
77											9	
78											9	57
79												
80												
81												
82												
etc. [1]												

1) Das höchste Alter, aus welchem die Originaltafel noch Erfahrungen beibringt,

setzung.)

G Septième Classe		*H* Huitième Classe		*I* Neuvième Classe		*K* Dixième Classe		*L* Onzième Classe		*M* Douzième Classe		Ages
Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	Morts de chaque âge	Rentiers vivans à chaque âge	
3	553	16	489	5	825							41
8		4		7								42
2		3		8								43
7		4		12								44
6		3										45
4	526	3	472	23	770	4	634					46
12		5		12		10						47
5		7		8		11						48
8		7		9		19						49
6		4		8								50
16	479	9	440	10	723	15	575	7	701			51
12		13		13		14		9				52
2		9		15		9		12				53
15		7		14		12		27				54
5		12		10		10						55
5	440	11	388	11	660	17	513	24	622	6	361	56
12		6		13		12		18		9		57
11		12		16		12		18		14		58
11		10		11		16		14		11		59
9		8		19		10		15				60
10	387	10	342	19	582	8	455	19	538	22	299	61
20		7		27		14		17		7		62
11		2		13		16		21		11		63
14		11		21		13		17		6		64
10		10		21		16		10		7		65
12	320	21	291	33	467	26	370	19	454	17	251	66
14		15		15		18		16		7		67
19		17		22		24		21		8		68
18		16		14		19		20		10		69
18		13		28		20		20		14		70
9	242	19	211	30	358	20	269	35	342	13	199	71
22		8		30		19		39		14		72
19		16		30		19		20		10		73
17		19		20		16		29		7		74
18		22		24		18		24		10		75
24	142	19	127	29	225	20	177	23	207	19	139	76
20		16		24		24		17		15		77
20		14		16		20		24		9		78
8		9		32		17		20		8		79
14		18		24		21		12		18		80
10	70	2	68	23	106	12	83	26	108	10	79	81
												82
												etc.[1])

[1]) ist das 100. Lebensjahr.

No. 2. (Zu Seite 29.)

Aus: Finlaison, Report on the Evidence and Elementary Facts on which the Tables of Life Annuities are founded, 1829. (Seite 12.)

1. Ages	—	10[1])	11	12	13	14	15	16
2. *C.* Total number now, in April 1829, surviving after completing this age	—	26	28	30	36	38	40	42
3. *D.* Total number who deserted after completing this age	—	0	1	3	4	7	8	3
4. *E.* Total who died in this age	—	4	4	3	4	7	7	6
5. ☞ Sum of these three classes who were thus incapable of having entered upon the Chance of Life in each elder year of age respectively	—	30	33	36	44	52	55	51
5a.			+ 30	+ 63	+ 99	+ 143	+ 195	+ 250
6. ☞ Aggregate number who were so prevented from entering on every age*	0	30	63	99	143	195	250	301
7. And were not, therefore, and could not be, among the living, who either died, or who passed through the ages [2])	10	11[1])	12	13	14	15	16	17
8. *A.* Total number existing at each age, and who composed the Society in April 1799.	17	17	16	18	24	30	36	48
9. *B.* Total number subsequently enrolled at every age, supposing they had all come in on 1st of April in each year	76	183	97	140	157	266	249	158
10. ☞ Sum of these classes	93	200	113	158	181	296	285	206
10a.		+ 93	+ 293	+ 406	+ 564	+ 745	+ 1041	+ 1326
11. ☞ Aggregate number of lives, who were capable of entering upon each year of age, if none had been prevented by death, desertion, or want of time at the conclusion of the observation	93	293	406	564	745	1041	1326	1532
12. ☞ Subtract now the number who were so prevented *	0	30	63	99	143	195	250	301
13. ☞ Remains the number who actually entered on each year of age	93	263	343	465	602	846	1076	1231
14. *F.* Total number of years in the broken time lost in the first year of admission, which subtract	38	91	46	70	78	133	124	79
15. ☞ Remains the exact number who stood the chance of mortality at each and every age	55	172	297	395	524	713	952	1152

(Fortsetzung siehe nächste Seite.)

1) Die Zahlen bezeichnen die unteren Grenzen der 1-jährigen Altersstrecken.
2) D. h. welche die Altersstrecken 10—11, 11—12, u. s. w. durchlebten.

16. ☞ Then copying down the mortality which really happened, from column *E* as above	4	4	3	4	7	7	6	5
17. And it is undeniable that the number who survived that chance, and lived over the given year af age, is	51	168	294	391	517	706	946	1147

No. 3. (Zu Seite 34.)

Aus: Finlaison, Report etc., London 1829; Seite 32: Anfang der „Observation 7".

Males.

Ages [1]).	Entered in each year of age.	Living between the age opposite and the next on January 1. 1826.	Died.	Living, who would have stood the chance of mortality during each year of age, if they all had entered at the beginning of the year.	But the time which they collectively lost before the date of entry is in years:	Remains the number of those who stood the chance of mortality in each year of age.	[3]) The double of the number who thus	
							entered upon each year of age.	survived each year of age.
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
23	1	—	—	1	—	1		
24	2	—	—	3	1	2	3	3
25	2	1	—	5	2	3	5	5
26	4	1	—	8	2	6	9	9
27	1	1	—	8	1	7	13	13
28	1	2	—	8	—	8	15	15
29	2	3	—	8	1	7	15	15
30	3	2	—	8	2	6	13	13
31	7	2	—	13	3	10	16	16
32	6	6	—	17	4	13	23	23
33	5	1	—	16	3	13	26	26
34	7	3	—	22	8 [2])	14	27	27
35	8	6	1	27	3	24	38	37
36	5	2	—	25	3	22	46	45
37	8	9	—	31	3	28	50	50
38	17	6	—	39	6	33	61	61
39	13	4	3	46	6	40	73	70
40	21	9	1	60	10	50	90	86
etc.								

1) Die hier angegebene Zahl bezeichnet das untere Grenzalter.

2) Ist wohl ein Versehen und soll 3 heifsen.

3) Diese Spalte findet sich nicht bei Finlaison selbst, sondern ist von mir genau nach Finlaisons Angabe hergestellt worden. Finlaison selbst berechnet diese „Doppelte Anzahl" nur für beide Geschlechter zusammen.

No. 4. (Zu Seite 35.)

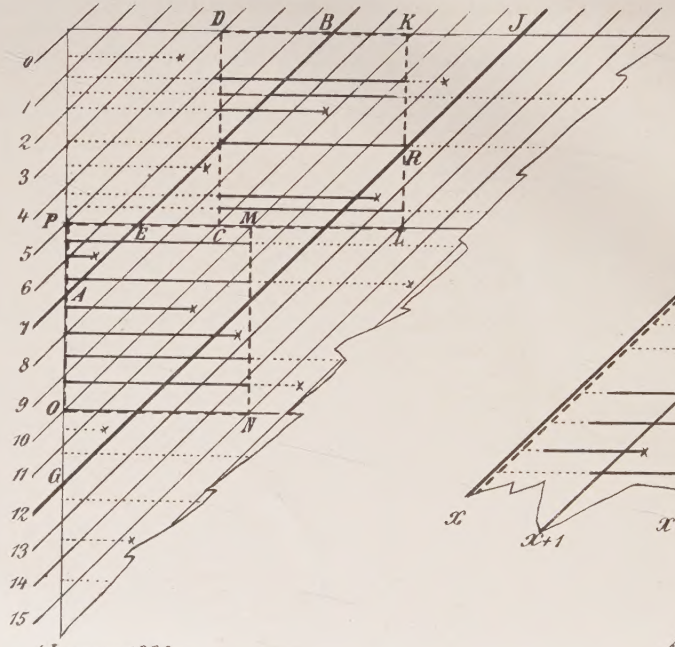
Aus: Report from the Select Committee on the Laws respecting Friendly Societies, 1825, Seite 127. (Finlaison.)

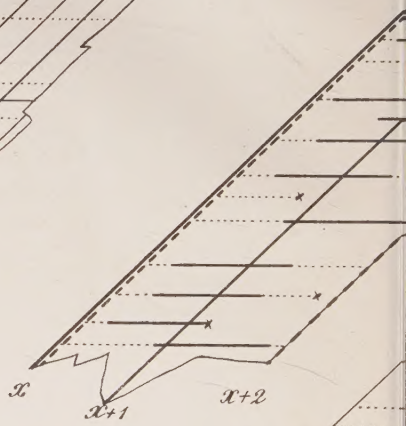
Statement of the number of men placed on the Out Pension List of Chelsea (Hospital), between the 31st December 1813 and 1st July 1821, together with the numbers of them who have died and deserted between those dates, and the number left alive and on the Pension List at the date last mentioned.

Ages	Number enrolled at each age	Of whom died at each age	Of whom also deserted before entering each age	Number remaining on the Pension List, on the 1st of July 1821	Whence it results that the number of the Living out of whom the deaths happened, at each age, was of necessity as follows
1.	2.	3.	4.	5.	6.
15	2	—	—	—	2
16	4	—	—	—	6
17	21	—	—	—	16
18	49	1	2	—	49
19	99	5	1	2	117
20	227	3	6	6	261
21	439	17	10	12	562
22	600	29	17	27	1012
23	712	39	24	46	1544
24	880	51	37	94	2140
25	1089	69	53	159	2825
26	1205	70	55	236	3514
27	1209	97	66	425	4076
28	1385	96	81	582	4551
29	1464	112	94	709	5045
30	1764	148	119	745	5617
31	1381	128	119	873	5960
32	1778	125	130	1046	6191
33	1836	144	123	1140	6531
34	1919	179	144	1301	6791
35	1782	166	154	1360	6891
36	2133	158	133	1481	7008
37	2091	159	140	1595	7274
38	2263	185	129	1494	7667
39	2332	175	151	1497	8059
40	3037	182	137	1648	8775
etc.					

Graphische Darstellung des Verhältnisses zr
einiger der oben
(Darstellungsm

Fig. 1.
(Zu Seite 8 : Deparcieux, Tontiniten.)





Zeichen-Erklärung.

- Alters-, Zeit- u. Generations-Grenzen.
- Begrenzg. des fictiven } Beobachtungs-Gebietes.
- " " wahren }
- Aufenthalte, soweit sie dem betr. fictiven Alter zugerechnet sind.
- Aufenthalte, soweit sie sonst auf dem dargestellten Gebiete liegen.
- Aufenthalte, die mit dem Tode endigten.

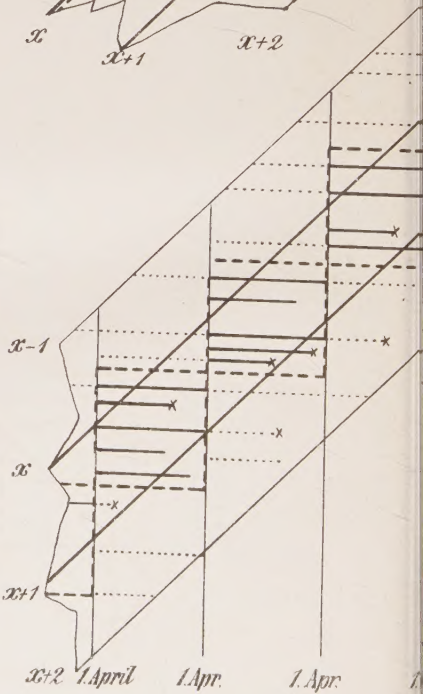


Fig. 4.
(Zu Seite 148 : Brune

en fictivem und wirklichem Beobachtungsgebiet
ndelten Messungen.
von G.F. Knapp.)

Fig. 2. *Fig. 3.*

(Zu Seite 15: Deparcieux, Klostermaterial.)

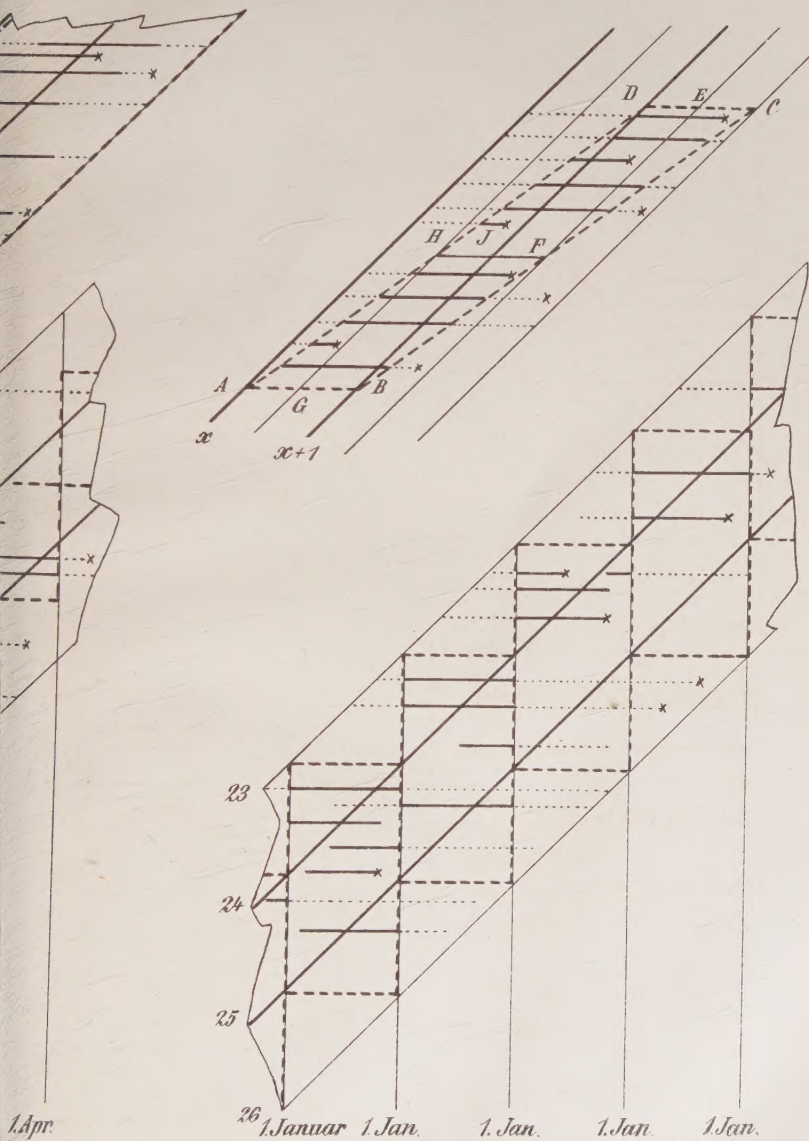


Fig. 5.

(Zu Seite 181: 17 Gesellschaften)